EUCLIDES
Vakblad voor de wiskundeleraar

CEVO en Citogroep
Examens
Studiedag

september
2004/nr.1
jaargang 80





1

september 2004 JAARGANG 80

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 8 maal per verenigingsjaar.

ISSN 0165-0394

Inzending bijdragen

Artikelen/mededelingen naar de hoofdredacteur:
Marja Bos
Mussenveld 137, 7827 AK Emmen
e-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

Richtlijnen voor artikelen

Tekst liefst digitaal in Word aanleveren, op papier in drievoud.
Illustraties, foto´s en formules separaat op papier aanleveren: genummerd, scherp contrast.
Zie voor nadere aanwijzingen:
www.nvvw.nl/euclricht.html

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

www.nvvw.nl

Voorzitter:
Marian Kollenveld,
Leeuwendaallaan 43, 2281 GK Rijswijk
tel. 070-3906378
e-mail: m.kollenveld@nvvw.nl

Secretaris:
Wim Kuipers,
Waalstraat 8, 8052 AE Hattem
tel. 038-4447017
e-mail: w.kuipers@nvvw.nl

Ledenadministratie:
Elly van Bemmel-Hendriks,
De Schalm 19, 8251 LB Dronten
tel. 0321-312543
e-mail: ledenadministratie@nvvw.nl

Colofon

ontwerp Groninger Ontwerpers
productie TiekstraMedia, Groningen
druk Giethoorn Ten Brink, Meppel

Contributie per verenigingsjaar

Het lidmaatschap is inclusief Euclides.
Leden: € 45,00
Studentleden: € 25,00
Gepensioneerden: € 30,00
Leden van de VVWL: € 30,00
Lidmaatschap zonder Euclides: € 30,00
Bijdrage WwF: € 2,50
Betaling per acceptgiro. Nieuwe leden geven zich op bij de ledenadministratie. Opzeggingen vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

Abonnementen gelden steeds vanaf het eerstvolgende nummer.
Niet-leden: € 50,00
Instituten en scholen: € 130,00
Losse nummers, op aanvraag leverbaar: € 17,50
Betaling per acceptgiro.

Advertenties

Informatie, prijsopgave en inzending:
Gert de Kleuver
De Splitting 24, 3901 KR Veenendaal
e-mail: g.de.kleuver@wanadoo.nl
tel. 0318-542243

Indien afwezig:
Freek Mahieu
Dommeldal 12, 5282 WC Boxtel
e-mail: freek.mahieu@hetnet.nl
tel. 0411-673468

INHOUD

Voorpagina:
Kleitablet met een rekenopgave
(Irak, 2500-1800 voor Chr.)
Rijksmuseum van Oudheden, Leiden

Van de redactietafel

[Marja Bos]

Eindexamens 2004

Dit eerste nummer van de nieuwe jaargang is bijna geheel gewijd aan de centrale eindexamens wiskunde 2004.
In een uitgebreide bijdrage vindt u de jaarlijkse examenverslaglegging voor Euclides van de Citogroep-examenmakers wiskunde.
Daarnaast noteerde Jan de Geus zijn impressies aan de hand van de verslagen van de regionale examenbesprekingen van de NVvW.
Eén van de examens, havo wiskunde A-12, krijgt in dit nummer extra aandacht: Klaske Blom en Wim Laaper geven hun indrukken naar aanleiding van de ervaringen met hun eigen examenkandidaten.
Altijd al nieuwsgierig geweest naar de manier waarop de examens tot stand komen, en wat de rol van CEVO en Cito daarin is? Ameling Algra (CEVO) en Ger Limpens (Citogroep) geven een overzicht.

Toekomst van het centraal examen

In de nabije toekomst zijn ingrijpende ontwikkelingen te verwachten met betrekking tot de centrale eindexamens. In het OCenW-beleidsplan ‘Koers VO’ dat 18 juni jl. aan de Tweede Kamer werd aangeboden, zijn daartoe diverse voornemens van het kabinet te vinden. Ik noem er een paar:

- terugdringing van de rol van het centraal examen ten gunste van die van het schoolexamen, onder meer door een beperking van de stofomschrijving van het CE;
- afschaffing dan wel vereenvoudiging van de tweede correctie;
- meerdere centraal-examenmomenten per jaar;
- mogelijkheid tot afleggen van het centraal examen in het voorlaatste schooljaar;
- beperking van het aantal centraal te examineren vakken in het vmbo;
- vmbo-leerlingen de mogelijkheid bieden, een vak op een hoger niveau af te sluiten;
- kwaliteitsborging van schoolexamens door middel van kwaliteitszorgsystemen, al dan niet met externe legitimatie door vervolgonderwijs en bedrijfsleven.

Zie voor meer informatie *www.minocw.nl/koersvo*. ‘Koers VO’ beperkt zich overigens niet tot het onderwerp ‘examinering’, het is een meerjarenplan waarin Van der Hoeven haar visie geeft op het gehele voortgezet onderwijs zoals dat er in 2010 zou moeten uitzien.
Hoewel het ministerie het stuk mede gebaseerd heeft op de inbreng vanuit scholen, heb ik de indruk dat het onderwerp bij veel docenten nog niet echt leeft. Dat is jammer – docenten zijn immers direct betrokken en bij uitstek ‘ervaringsdeskundig’.
Een goede ondergrond voor de discussie wordt gevormd door kennis van de uiteenlopende argumenten en overwegingen pro en contra een kleiner wordende rol van het centraal examen. Denk bijvoorbeeld enerzijds aan de soms negatieve invloed van de wijze van toetsing op het daaraan voorafgaande onderwijs, en anderzijds aan de maatschappelijke waarde van het diploma.
Ook Euclides biedt uiteraard een platform voor deze belangrijke discussie. Bijdragen over dit onderwerp, toegespitst op het vak wiskunde, zijn dan ook zeer welkom.

Rekenen voorop!

Op de omslag van elk nummer van deze nieuwe jaargang zal, niet geheel toevallig, een object worden afgebeeld dat met *rekenwerk* te maken heeft. Rekenen en rekenonderwijs vormen in januari 2005 namelijk het thema van onze jaarlijkse special.
We starten de reeks voorplaten met een duizenden jaren oud Babylonisch kleitablet waarop een rekenopgave te zien is.

Studiedag 6 november

Het thema van de studiedag van de Vereniging is dit jaar ‘Voor wie welke wiskunde?’ Het programma ziet er aantrekkelijk uit (zie daarvoor de Verenigingspagina’s). U kunt zich tot 16 oktober inschrijven!

EXAMENCONSTRUCTIE: EEN LANGDURIG EN ZORGVULDIG PROCES

Over de rol van CEVO, Citogroep en docenten bij de totstandkoming van de eindexamens

[Ameling Algra en Ger Limpens]

Inleiding

Als het poldermodel niet bestond, dan zou het in examenland uitgevonden kunnen zijn. Ieder Nederlands eindexamen is namelijk het product van heel veel overleg van heel veel verschillende gremia, groepjes en belangenvertegenwoordigers. In onderstaand verhaal proberen we een beeld te geven van dit proces.
In de ogen van veel leerlingen en ook van nogal wat docenten worden eindexamens vervaardigd door toetsenbakkers in een ivoren toren die slechts een keer per jaar de deur naar de echte wereld op een kier zetten. In werkelijkheid wordt een examen echter gemaakt door een groepje van docenten onder leiding van een toetsdeskundige van de Citogroep in Arnhem. Verder is er nog een vaksectie van de CEVO die de voorstellen van deze constructiegroep aandachtig bestudeert, van commentaar voorziet en uiteindelijk goedkeurt. Tot slot wordt er, na afname van het examen, een analyse gemaakt van de wijze waarop leerlingen dit examen volbracht hebben. Aan de hand van deze analyse, en van eventuele geconstateerde tekortkomingen, wordt door de CEVO de normeringsterm vastgesteld.

CEVO

De Centrale Examencommissie Vaststelling Opgaven, kortweg CEVO, bestaat uit een Algemeen Bestuur, waarin het georganiseerde onderwijsveld is vertegenwoordigd, en uit een vaksectie voor ieder examenvak. De vaksectie bestaat uit een deskundig voorzitter, afkomstig uit het hoger onderwijs, en enkele leden die als leraar lesgeven aan examenkandidaten.
De CEVO zelf produceert geen examenopgaven. Zij geeft, onder verantwoordelijkheid van de Minister van Onderwijs, een gespecificeerde opdracht voor de productie van de opgaven en de toetsen voor het centraal examen aan de Citogroep. In hoofdlijnen wordt in de opdracht van CEVO aan Citogroep vastgelegd hoe de examens eruit moeten zien. De specificaties noemen de ook aan de scholen bekendgemaakte exameneenheden en domeinen die in het centraal examen aan de orde moeten komen, en geven verder globale richtlijnen over het aantal scorepunten (met een marge) en waar van toepassing de verdeling over vraagvormen zoals open vragen en meerkeuzevragen (zoals bekend bij wiskunde steeds 100-0).

Citogroep en constructiegroep

Bij de Citogroep zijn toetsdeskundigen, vaak zelf afkomstig uit het onderwijs, betrokken bij de totstandkoming van deze opdracht. De Citogroep huurt per vak de expertise van een aantal docenten in. Deze docenten vormen, samen met een toetsdeskundige, de zogeheten constructiegroep. Voor een standaardexamen bestaat zo'n constructiegroep uit drie ervaren leerkrachten die elk voor een beperkt aantal uren (afhankelijk van het niveau van het examenvak, dit vanwege het feit dat een vmbo-examen nu eenmaal korter is dan een havo/vwo-examen) werkzaam zijn –meestal op detacheringsbasis– voor de Citogroep. Deze docenten staan voor de rest van hun werktijd dus gewoon voor de klas. Wat men verder ook van de kwaliteit van het examen kan vinden, kritiek in de vorm van opmerkingen waarmee geïnsinueerd wordt dat examenmakers geen idee hebben van de realiteit

in de klas van tegenwoordig, is daarmee zeker onterecht. Een docent die constructiegroepslid wordt, wordt verondersteld voor een dag of dagdeel per week vrijgeroosterd te kunnen worden. Op dit lesvrije moment vindt diverse keren per jaar een constructiegroepsvergadering plaats. De andere weken kan deze dag of dit dagdeel gebruikt worden om thuis werkzaamheden voor de constructiegroep te verrichten.
Constructiegroepsleden worden via advertenties in de grote landelijke dagbladen geworven en worden per jaar benoemd met een maximale aanstellingsduur van negen jaar. Dat een constructiegroepslid voor een maximale termijn van 'slechts' negen jaar aan de slag mag binnen deze constructiegroep heeft als achtergrond dat men op deze manier hoopt te voorkomen dat een constructiegroep te zeer een eigen gezicht krijgt, en te zeer zijn eigen stempel gaat drukken op het betreffende examen.

Examenconstructie

Voor ieder van de verschillende wiskundevakken is in de loop der jaren een zogenoemde bank ontstaan. Dit is een verzameling van losse opgaven die in meer of mindere mate door de constructiegroep geschikt geacht worden voor opname in een examen. De constructiegroep heeft dan ook als kerntaak het aanleveren van geschikte examenopgaven, meestal vergezeld van een rudimentair correctievoorschrift. Daar blijft het echter niet bij.
Als de constructie van het betreffende examen een aanvang neemt, wordt een greep gedaan uit deze opgavenbank. In onderling overleg wordt door de constructiegroep een examenconcept samengesteld. Bij deze greep wordt onder meer rekening gehouden met zaken als diversiteit van contexten en lay-out (denk daarbij aan illustraties e.d.). Uiteraard is deze greep nog niet voldoende om er een volledig examen van te maken. Zo zou een op het eerste gezicht geschikte greep voor een vwo A12-examen bijvoorbeeld een verzameling opgaven kunnen opleveren waarbij zoiets als een hypothesetoets ontbreekt. Als een dergelijk aspect toch in het betreffende examen opgenomen dient te zijn, betekent dit dat de greep heroverwogen dient te worden dan wel de bewuste verzameling opgaven uitgebreid dient te worden met een vraag rond het verschijnsel hypothesetoets.
Na een proces van slijpen en vijlen wordt op zeker moment een eerste concept inclusief correctievoorschriften aan de CEVO-vaksectie voorgelegd. Daar wordt een eerste oordeel gegeven over het concept. Dit kan er soms toe leiden dat bepaalde opgaven uit het concept gegooid worden en vervangen door andere. Vaker gebeurt het echter dat niet zozeer hele opgaven als wel specifieke vragen minder goed vallen, en in een dergelijk geval krijgt de constructiegroep de opdracht mee deze activiteiten te vervangen door andere die beter passen bij de visie die de vaksectie over het betreffende examen heeft.
Bij de beoordeling van de kwaliteit van examenconcepten maakt de vaksectie ook wel gebruik van deskundigen die niet direct betrokken zijn bij de examenconstructie. Dat kunnen leden zijn van andere constructiegroepen, maar dat kunnen ook deskundigen zijn afkomstig uit bijvoorbeeld vervolgonderwijs. Deze zogeheten screeners voorzien de vaksectie van onafhankelijk commentaar en geven tevens vaak suggesties hoe sommige contexten c.q. vragen verbeterd zouden kunnen worden. Ook komt het voor dat opgaven uitgetest worden in een try-out bij een populatie die op de een of andere wijze vergelijkbaar is met de uiteindelijke doelgroep. Zo kan een constructiegroepslid opgaven waarover men informatie wil hebben, enkele jaren voor afname uittesten in zijn eigen examenklas van het betreffende niveau. Op deze wijze is te controleren of een opgave niet allerlei onbedoelde misvattingen bij leerlingen oproept, of toch veel te eenvoudig dan wel te moeilijk is. Na evaluatie van een dergelijke proeftest wordt de opgave waar nodig bijgesteld.
Op zeker moment wordt het examen als nagenoeg afgerond beschouwd en op grond van de vergaarde informatie wordt ook vastgesteld hoe moeilijk het examen naar alle waarschijnlijkheid in zijn geheel is. Vaak blijkt pas op dat moment, dat het betreffende examen als totaliteit toch moeilijker dan wenselijk is met als gevolg dat er toch weer het een en ander vertimmerd dient te worden.

Productie- en controlefase

Nadat de vaksectie er haar fiat aan gegeven heeft, wordt het examen klaargemaakt voor productie. Tijdens het constructieproces zijn de noodzakelijke illustraties al vervaardigd en is ook een beslissing genomen over de volgorde waarin de opgaven in het examen gepresenteerd worden. Toch vraagt die laatste fase van het productieproces nog een behoorlijke tijd. Alle opgaven en vragen worden nogmaals door iemand die niet bij de constructie betrokken is, gecontroleerd in samenhang met het gedachte antwoordmodel. Ook de meegeleverde illustraties worden op dat moment weer opnieuw tegen het licht gehouden. Op zeker moment wordt dan het licht op groen gezet voor het drukproces dat als eerste resultaat een drukproef oplevert die ook weer gecontroleerd wordt. Dit is echter niet zozeer een inhoudelijke controle als wel een controle waarbij geverifieerd wordt of er geen veranderingen plaats hebben gevonden tussen gedachte en gedrukte versie. Toch wordt er nog wel eens bij deze drukproefcontrole een inhoudelijke fout rechtgezet. En tot slot vindt er circa twee maanden voor de afnamedatum nog een controle onder de naam 'erratumprocedure' plaats waarbij Citogroeptoetsdeskundige en vaksectievoorzitter onafhankelijk van elkaar het betreffende werk doornemen op zoek naar fouten van welke aard dan ook. Mocht er op dat moment nog iets worden aangetroffen dat rechtgezet dient te worden, dan treft men dit naderhand tijdens de examencampagne aan in de vorm van een erratum dat voorgelezen dan wel uitgereikt wordt tijdens de examensessie of bij de verstrekking van het correctievoorschrift aan docenten wordt meegeleverd.

Toch nog een fout?

Ondanks al deze controles blijkt toch af en toe pas bij of na de afname, dat in een examen of in het correctievoorschrift een storende fout is blijven staan. Als een docent zo'n fout constateert, moet hij dat melden bij de Examenlijn van de CEVO. Blijkt het inderdaad een fout te zijn, dan hangt het vooral van het moment van melding af, wat er gaat gebeuren.

Als de fout tijdig gemeld is, wordt een aanvulling op het correctievoorschrift gepubliceerd, die bijvoorbeeld meldt dat elk leerlingantwoord moet worden goed gerekend. Als er al wat tijd is verstreken, wordt zo'n aanvulling niet meer gepubliceerd. Als de CEVO dat wel zou doen, zou de correctieprocedure erg vertraagd en gefrustreerd worden. Voor deze vraag moet de hele stapel weer worden doorgenomen, en misschien gaan docenten dan ook wachten op aanvullingen die niet komen. Zo'n latere melding wordt betrokken bij de vaststelling van de normeringsterm.

Een enkele keer komt het voor dat er sprake is van een kennelijke fout, maar wordt er toch geen aanvulling uitgebracht. Een voorbeeld (van een ander vak; wiskunde kent geen meerkeuzevragen): bij een vierkeuzevraag bleken alternatief 3 en 4 identiek. Omdat alternatief 1 het juiste antwoord was, leverde deze fout geen problemen op, noch voor de corrector, noch voor de kandidaat. Voor de laatste hoogstens lichte verbazing, maar omdat het de facto een driekeuzevraag is geworden, werd hij alleen maar iets eenvoudiger.

Ook in een andere situatie verwachten docenten soms een aanvulling maar wordt die niet uitgebracht. Kandidaten komen wel eens met een vakinhoudelijk volledig correcte oplossing die echter in het correctievoorschrift niet is voorzien. Dan is er geen sprake van een fout in het correctievoorschrift, maar is artikel 3.3 van de algemene correctieregels van toepassing ('indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel') en kan de docent gewoon de punten geven. Hij moet het dan wel met de tweede corrector eens worden over de vakinhoudelijke juistheid.

Analyse

Na afloop van het examen worden de resultaten van de versnelde correctieprocedure met spanning afgewacht bij de Citogroep. Iedere school stuurt de resultaten van de eerste vijf kandidaten van de examenkandidatenlijst tijdig naar Arnhem. Aan de hand van deze representatieve steekproef wordt een analyse gemaakt van de wijze waarop de kandidaten het examen gemaakt hebben. Daarbij wordt uiteraard niet alleen gekeken naar het gemiddelde resultaat over het gehele examen, maar ook naar de gemiddelde score per vraag en de mate waarin het antwoordgedrag van de gemiddelde leerling bij een specifieke vraag overeenstemt met het antwoordgedrag over het hele examen. Dit in de veronderstelling dat een goede vraag eigenlijk een afspiegeling dient te zijn van het examen in zijn geheel. Een goede vraag is daarmee een vraag die door de betere leerling (hij die goed scoort voor het hele examen) beter gemaakt wordt dan door een minder goede leerling (iemand die minder goed scoort voor het hele examen). Ook de deelscores per vraag worden geanalyseerd zodat we een beeld krijgen van de wijze waarop de populatie het totaal aantal punten bij iedere vraag verdiend heeft.

FIGUUR 1

Voorbeeld van een schema van activiteiten rond examenconstructie betreffende het examen van jaar *n*

jaar	periode	activiteit
$n-3$	voorjaar	Eerste werkzaamheden aan examen: selectie opgaven voor try-outversie en geschikt maken van deze geselecteerde opgaven voor examenconcept
	mei	Presentatie try-outversie aan vaksectie
	juni/september	Verwerken commentaar vaksectie
	september/oktober	Presentatie try-outversie screeners
	oktober/november	Evalueren commentaar screeners
	november/december	Verwerken commentaar screeners en visie vaksectie op commentaar en try-outversie
$n-2$	voorjaar	Voorleggen try-outversie aan een pretestpopulatie
	oktober/december	Reparaties aan testversie op basis van commentaren/ervaringen/resultaten try-out
$n-1$	januari	Presentatie concept aan vaksectie
	februari/augustus	Reparaties aan conceptexamen
	september/oktober	Vaststelling en inlevering definitieve examen
	december	Drukproefcontrole
n	januari	Drukproefcontrole
	maart	Erratumprocedure
	mei/juni	Afname examen
	juni	Analyse en vaststelling N-term

(De constructie van nieuwe opgaven vindt voortdurend tussen de in het schema opgenomen activiteiten door plaats.)

Vaststelling normeringsterm

Aan de hand van de analyse wordt door de CEVO de normeringsterm (N-term) vastgesteld; zie voor een uitgebreidere toelichting van het begrip normeringsterm bijvoorbeeld *www.kennisnet.nl/vo/examen/docenten/normering/* (doorklikken via examenblad). Zowel de gebleken totale moeilijkheidsgraad van het examen als vragen die om de een of andere reden mislukt zijn, spelen een rol bij de vaststelling. Ook reacties van het veld in de vorm van bijvoorbeeld de verslagen van de regionale examenbesprekingen worden meegenomen in deze discussie.

Tijdpad

Bovenstaande activiteiten staan schematisch en voorzien van een tijdpad in figuur 1.

Tweede en derde tijdvak

Bovenstaande werkzaamheden hebben betrekking op de constructie van het eerste tijdvak. Voor tweede en derde tijdvak vinden min of meer dezelfde werkzaamheden plaats, uiteraard enigszins verschoven in de tijd. Ook bij het tweede tijdvak wordt tegenwoordig een analyse gemaakt en bestudeerd om de N-term te kunnen bepalen. Natuurlijk is het daarbij wel van belang te bedenken dat de populatie die deelneemt aan dat tweede tijdvak niet vergelijkbaar is met de totale populatie die deelneemt aan het eerste tijdvak. Betere leerlingen zullen bij dit tweede tijdvak ongetwijfeld in veel mindere mate aanwezig zijn. In deze analyse wordt ook gekeken naar het resultaat dat de deelnemende kandidaat behaald heeft voor zijn eerste tijdvakexamen.

Bij het derde tijdvak, dat tijdens de zomervakantie wordt afgenomen, worden geen analyses gemaakt. Kwantitatieve evaluatie van deze examens is dan ook niet mogelijk.

Slotwoord

Ondanks de grote mate van zorgvuldigheid waarmee examens gemaakt worden, blijkt toch ieder jaar weer dat fouten hierbij niet vermeden kunnen worden. Alle bij de examens betrokken medewerkers nemen dan ook steevast ergens na de eerste tijdvakken de tijd om 'hun' examens te evalueren. Procedures worden tegen het licht gehouden en waar nodig bijgesteld. En serieuze reacties uit het veld worden gebruikt om eventuele blinde vlekken bij de constructeurs weg te werken. Gelukkig is het merendeel van de respons uit het veld zodanig, dat examenconstructeurs ook iets met de kritiek kunnen. De enkeling die in zijn reactie blijk geeft geen inzicht te hebben in de huidige examens en examenprogramma's, daarmee in wezen uitdragend geen enkel geloof te hebben in de kwaliteit van het huidige voortgezet onderwijs, wordt ook door de examenmakers niet serieus genomen.

Over de auteurs

Ameling Algra is projectmanager bij de CEVO (website: www.cevo.nl).
Ger Limpens is wiskundemedewerker en toetsdeskundige bij de Citogroep (website: www.citogroep.nl).
Hun e-mailadressen zijn A.Algra@cevo.nl en Ger.Limpens@citogroep.nl.

Aankondiging / Studiedag 'UITWISKELING LIVE'

Al twintig jaar confronteert het tijdschrift UITWISKELING de wiskundeleerkracht in Vlaanderen en Nederland met nieuwe ideeën uit de wiskunde-didactiek. Om de afsluiting van dit tweede en de aanhef van het derde decennium te vieren organiseert UITWISKELING op **zaterdag 20 november 2004** een jubileumviering in de gebouwen van de Ehsal, op wandelafstand van het centraal station in Brussel.

Feesten en werken gaan hand in hand. Daarom wordt aan de meevierende leerkrachten gevraagd tekenmateriaal en een grafische zakrekenmachine mee te brengen en zich op voorhand in te schrijven voor drie workshops. Op de website (*www.uitwiskeling.be*) kunnen belangstellenden een elektronische inschrijfstrook vinden met tien keuze-onderwerpen voor deze workshops, bv. 'rekenen met tandwielen', 'is de Belg een bedreigde diersoort?', 'wiskunde en aardrijkskunde', 'meetkundig denken rond een cirkel'.

Bij de selectie van de onderwerpen voor deze seminaries is rekening gehouden met de onmiddellijke bruikbaarheid in de klas, met de nieuwe leerplannen en met de evenwichtige spreiding over de drie graden.

Als afsluiter van deze (inter)nationale feestdag werd de Schotse vuurspuwer-éénwieler-jongleur-en-doctor-in-de-zuivere-wiskunde (Cambridge University) Colin Wright uitgenodigd. Of zijn activiteiten direct toepasbaar zullen zijn in onze klassen, kan niet waterdicht en vuurbestendig door de organisatoren verzekerd worden.

WISKUNDE-EXAMENS 2004, 1E TIJDVAK

Dit artikel is geschreven door examenmedewerkers van de Citogroep. Bij iedere paragraaf over een specifiek wiskunde-examen treft u de naam van de bijbehorende medewerker aan. De examens zijn te downloaden via www.citogroep.nl.

[Harm Boertien, Anita de Bruijn, Edward van Kervel, Kees Lagerwaard, Ger Limpens, Melanie Steentjes]

Woord vooraf

In dit overzichtsartikel treft u de gebundelde bijdragen aan van de verschillende Citogroepmedewerkers. Elders in dit nummer vindt u een artikel - een coproductie van Citogroep en CEVO - waarin meer verteld wordt over de wijze waarop examens gemaakt worden. De bijdragen over de diverse wiskunde-examens worden voorafgegaan door een algemener gedeelte met daarin onder andere een overzicht van de diverse bij de wiskunde-examens 2004 uiteindelijk vastgestelde N-termen.

Dank

Ook dit jaar gaat, om te beginnen, onze dank uit naar al die collega's die ons – middels de versnelde correctie - in staat stellen na afloop van de examens een goede indruk te krijgen van de wijze waarop de verschillende doelgroepen hun examens gemaakt hebben. Ook de collega's die in de hectische examenperiode de moeite genomen hebben de diverse regionale examenbesprekingen te bezoeken zijn we dank verschuldigd. Het is voor ons te hopen dat ook in de toekomst de besprekingen goed bezocht worden, ondanks het feit dat de verslagen van deze besprekingen later op internet beschikbaar zijn. Deze besprekingen en de reacties op de NVvW-website geven ons als examenmakers zinvolle informatie waarmee we bij de vervaardiging van nieuwe examens rekening kunnen houden.

Aantallen

In tabel 1 (zie voor de tabellen pag. 019 en 020) treft u de verschillende deelnemersaantallen bij de examens 2004 aan. In deze aantallen zit een zekere onnauwkeurigheid. Het feitelijk aantal kandidaten ligt gemiddeld genomen enkele procenten lager dan het opgegeven aantal, omdat scholen een zekere veiligheidsmarge in hun bestellingen inbouwen. Behalve de in de tabel genoemde examens zijn er ook dit jaar nog andere examens wiskunde afgenomen. Voor vwo zijn, voor de laatste keer, examens wiskunde-A en wiskunde-B (oude stijl dus) afgenomen. Van deze examens zijn geen gegevens ingewonnen, dus daarover valt op deze plek niet veel te melden. Als gevolg van het ontbreken van deze gegevens zijn de N-termen voor beide vakken vastgesteld op 1,0. En verder is er, eveneens op vwo-A-niveau, ook nog een tweetal examens afgenomen in het kader van een experiment waarbij de computer ingezet werd. Verderop in dit artikel treft u daarover extra informatie aan.

De enige kwantitatieve gegevens die kandidaten actief genereerden, zijn de aantallen bij het LAKS geregistreerde klachten, onderverdeeld naar schooltype en examenvak. Gecombineerd met de aantallen kandidaten per wiskundevak levert dit het frappante overzicht van tabel 2, waarbij ter vergelijking in de laatste kolom het aantal reacties op de site van de NVvW is vermeld. Mogelijke conclusies laten we aan de lezer.

AMSTEL GOLD RACE



28 april 2002
Start: Markt, Maastricht
10.15 uur

3p ○ **15** Op 28 april 2002 werd de 'Amstel Gold Race' gereden.
Dit is een wielerwedstrijd.
In de tabel hieronder staat aangegeven op welke tijdstippen de winnaar door de verschillende plaatsen kwam.

Tijd	Plaats	Tijd	Plaats	Tijd	Plaats
10.15	Maastricht: Markt	12.45	Epen	15.30	Gulpen
10.39	Beek	12.47	Camering	15.46	Eckelrade
11.06	Valkenburg	13.03	Vaals	16.07	Sibbe
11.33	Oud Valkenburg	13.40	Mechelen	16.12	Valkenburg
11.35	Valkenburg	14.22	Valkenburg	16.17	Houthem
11.37	Sibbe	14.24	Sibbe	16.29	Bemelen
11.56	Maastricht: Markt	14.28	Valkenburg	16.31	Cadier en Keer
12.06	Eckelrade	14.42	Maastricht	16.36	Maastricht
12.36	Mechelen	15.04	Eckelrade	16.42	Finish Maastricht

→ Op welke tijdstippen kwam de winnaar door Sibbe?

3p ○ **19** Na afloop bleek dat 36 van de 195 renners ruim 11 minuten na de winnaar finishten.
→ Bereken hoeveel procent ruim 11 minuten na de winnaar finishte.
Schrijf hieronder je berekening op. Rond je antwoord af op een geheel getal.

FIGUUR 1 VMBO-BB

De in tabel 3 opgenomen N-termen worden in de bijdragen over de diverse examens wiskunde nogmaals vermeld. Verder treft u daar ook de bij de verschillende vragen gescoorde p'-waarden aan. De p'-waarde van een vraag drukt de gemiddelde score uit in een percentage van de maximale score van die vraag.

VMBO BB

[Anita de Bruijn]

In totaal kon een examenkandidaat voor zijn vmbo-BB-examen 66 punten halen. Uit tabel 5 valt af te leiden dat de gemiddelde score van de examen-kandidaten van dit examen op 51,3 uitkomt. Dit komt overeen met een gemiddelde p'-waarde van 77,7. Hieruit mogen we concluderen dat dit examen niet als moeilijk ervaren is. Als men, net zoals vorig jaar, uit zou gaan van N = 0,5 (zie tabel 4), dan zou de gemiddelde score van de examenkandidaat op 7,5 uitkomen en zou slechts 5% van de kandidaten een onvoldoende scoren.
Omdat de ondergrens van de N-term vastgesteld was op 0,0 was er niet genoeg speelruimte om de resultaten meer in de richting te buigen van voorgaande jaren. Het valt te verwachten dat de moeilijkheidsgraad van het examen voor de komende jaren hoger gaat worden.
De eerste opgave, *Het weer in 2001*, is een statistiek-opgave. Deze opgave is door de herkenbaarheid voor de leerlingen bewust als startopgave gekozen. Met een p'-waarde van 85,6 is dit geen verkeerde keus geweest.
De volgende opgave, *Breedbeeldtelevisie*, heeft twee van de drie vragen uit het domein rekenen. Vraag 8, waarbij de leerlingen de nieuwe prijs moesten berekenen van de Sony breedbeeldtelevisie, was een goed discriminerende vraag. De kandidaten met de laagste scores voor het gehele examen uit de steekproef behaalden gemiddeld 42% van de totale 4 punten, terwijl de kandidaten met de hoogste scores voor het gehele examen uit de steekproef hier gemiddeld 94% van de maximumscore behaalden.
Bij vraag 10 van de opgave *Vakantie* gaf de relatieve frequentiescore een opvallend beeld te zien. Van alle kandidaten uit de steekproef behaalde 96% de maximale score van 3 punten. 3% van de kandidaten uit de steekproef scoorde 0 punten voor deze vraag. Door bijna geen enkele kandidaat uit de steekproef werd 1 of 2 punten voor deze vraag gescoord. We kunnen hieruit opmaken dat als de kandidaten uit de steekproef wisten hoe de tabel ingevuld moest, worden het in bijna alle gevallen ook goed ging. Achteraf gezien was de maximumscore van 3 voor deze vraag te ruim bemeten.
Een deel van de opgave *Amstel Gold Race* is bij dit artikel afgedrukt (zie figuur 1). Vraag 19, waarbij de kandidaten zelf een percentage uit moesten rekenen, bleek de moeilijkste vraag van dit examen: 70% van de kandidaten uit de steekproef wist hier geen enkel punt te behalen.
Bij de laatste opgave was er een *Top 40* afgedrukt van 14 oktober 2002. De bijbehorende vragen gingen over de plaatsnummers van de songs en het aantal weken dat een song in de Top 40 stond. De lage p'-waarde voor vraag 22 valt hier op. Bij deze vraag moesten de kandidaten de datum bepalen van een song die drie weken eerder op de eerste plaats stond. Dit vraagt meer inzicht van de kandidaten en dat was nu juist wat de examenmakers voor ogen stond.

VMBO GL/TL en KB

[Melanie Steentjes]

Bij de regionale bespreken bleek dat het merendeel van de docenten het niveau van zowel het KB-examen (Kaderberoepsgerichte Leerweg) als het GL/TL-examen (Gemengde Leerweg/Theoretische Leerweg) te laag vond. Een vraag die bij veel examenbesprekingen aan de orde kwam, was in hoeverre dit te wijten is aan de wisseling van de domeinen (in 2003 meetkunde, in 2004 statistiek). Over het correctievoorschrift was men in het algemeen tevreden. Ook de leesbaarheid en de omvang van het examen werden goed bevonden.
In tabel 6 en tabel 7 staan de diverse p'-waarden en de maximumscores van de vragen uit het GL/TL- en het KB-examen.

VMBO GL/TL

Er was vrij veel kritiek op de instapopgave, *Achtvlak-dobbelstenen*, bij het GL/TL-examen (zie figuur 2). Uit de gegevens in de tabel blijkt dit ook de lastigste opgave uit het examen te zijn. Vooral de vragen 3, 4 en 5, waar leerlingen verschillende verwachtings-waarden moesten uitrekenen, werden moeilijk

gevonden. Vraag 4 was de moeilijkste vraag uit het examen. Zelfs de leerlingen met de hoogste scores op het gehele examen scoorden hier maar gemiddeld 39% van de totale 4 punten. Vraag 5 was een mooie discriminerende vraag. De laagst scorende leerlingen op het examen uit de steekproef scoorden gemiddeld 9% van de totale 5 punten, terwijl de hoogst scorende leerlingen uit de steekproef 72% haalden.
In de opgave *Reis vanuit Londen* moesten de leerlingen gegevens aflezen uit een grafiek en vervolgens zelf een soortgelijke grafiek tekenen. Deze opgave kwam uiteindelijk als gemakkelijkste opgave uit de bus.
Ook bij de opgaven *Appelland* (procentberekeningen en cirkeldiagram) en *Hartslagfrequentie* (lineaire formules) scoorden de leerlingen goed.
De opgave *Geluid van windmolens* ging over een exponentiële formule. Leerlingen bleken erg veel moeite te hebben met het afleiden van de procentuele afname uit de formule (vraag 20). Maar liefst 71% van de leerlingen scoorde hier 0 punten. Vraag 24 was als instapvraag bij de opgave *Reünie* bedoeld. Veel leerlingen gingen echter in de fout bij het tekenen van de graaf en 5% van de leerlingen sloeg deze vraag helemaal over.

VMBO KB

De moeilijkste vraag uit het KB-examen was vraag 9 van de opgave *Dobbelstenen*: 88% van de leerlingen uit de steekproef wist hier geen enkel punt te behalen. Deze vraag ging over de verwachtingswaarde en is vergelijkbaar met vraag 4 uit het GL/TL-examen, waar leerlingen ook laag op scoorden.
De leerlingen scoorden, evenals de leerlingen van het GL/TL-examen, goed op de algebracontexten *Hartslag-frequentie* en *Reis vanuit Londen*.
De overlapopgave *Appelland* bleek het moeilijkst te zijn voor de KB-leerlingen (zie figuur 3). Het tekenen van een cirkeldiagram (vraag 16) en het combineren van meerdere gegevens om een bewering te verklaren (vraag 17) was voor veel leerlingen een probleem. De vragen waren beide wel mooi discriminerend. De hoogst scorende leerlingen op het gehele examen scoorden hier ook goed. Vraag 16 en 17 hadden bij deze groep een p'-waarde van respectievelijk 61 en 58. Leerlingen hadden daarentegen weinig moeite met het omgekeerd evenredige verband uit *Wintertennis*. Deze opgave bleek de best gemaakte opgave uit het examen te zijn. Dit was ook wat de examenmakers voor ogen hadden, aangezien deze opgave geen overlap met het GL/TL-examen heeft.
Voor *Reünie* geldt hetzelfde als bij het GL/TL-examen: het tekenen van een graaf was een te lastige instap-vraag (vraag 22). Van de steekproef sloeg 4,6% deze vraag over.

Vergelijking met voorgaande jaren

Bij het GL/TL-examen besloot de CEVO tot N = 0,5. Dit betekent voor de steekproef een gemiddelde van 6,3 en 25% onvoldoendes. Daarmee is het percentage onvoldoendes bij dit examen gelijk aan vorig jaar. Bij het KB-examen is ook gekozen voor N = 0,5, de ondergrens van de bandbreedte. Dit komt neer op een gemiddelde van 6,5 en 18% onvoldoendes. Bij het KB-examen van vorig jaar scoorde 30% onvoldoende. Een groot verschil dus (zie ook tabel 8).
En in hoeverre ligt dit nu aan de wisseling van de domeinen? Bij het GL/TL-examen is er nauwelijks verschil tussen de scores van de meetkundeopgaven in het CE 2003 en die van de statistiekopgaven in het CE 2004.
De lastige instapvraag, *Achtvlakdobbelstenen*, zorgt bij dit examen voor een minder hoge score op het statistiekgedeelte. Bij het KB-examen echter is wel een groot verschil in p'-waarden bij de domeinen meetkunde en statistiek waar te nemen, respectievelijk 44,5 en 64,1. Om evenwicht in de examens van de verschillende jaren te krijgen zullen de examenmakers deze scores naar elkaar toe moeten zien te brengen.

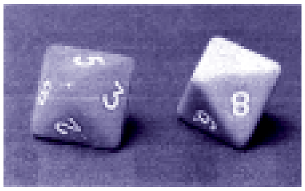
HAVO A12

[Kees Lagerwaard]

Er leek dit jaar toch iets bijzonders aan de hand bij havo wiskunde-A12. Bijna de helft van de docenten die de regionale besprekingen bezochten, vond het niveau van dit examen te laag. Vorig jaar was men redelijk tevreden over het niveau. Toch zijn de scores van de kandidaten dit jaar niet hoger dan die van vorig jaar. Is de groep die examen deed, dit jaar dan zoveel zwakker dan die van vorig jaar? Of zijn de docenten inmiddels zo vertrouwd met de vernieuwde Tweede fase dat ze examens sneller aan de eenvoudige kant vinden? Overigens hadden wij als examenmakers ook een iets hogere gemiddelde score verwacht.
Het aantal klachten over dit examen bij het LAKS was met zo'n 3000 vrij normaal te noemen. De discussie op de site van de NVvW was levendig.
Docenten vonden bij de examenbesprekingen in meerderheid dat er wel erg vaak een percentage werd gevraagd, waardoor het examen wat eenzijdig werd. Men was positief over de helderheid van het correctie-voorschrift. Kandidaten worden hierdoor op uniforme wijze beoordeeld en meningsverschillen tussen eerste en tweede corrector worden tot een minimum beperkt.
Helaas waren we wat te ver doorgeschoten in de nauw-keurigheidseis bij het aflezen van het eerste diagram. Hierdoor werd kandidaten die 430.000 hadden gevonden in vraag 1 ten onrechte een scorepunt onthouden. Door de N-term te verhogen tot 1,1 heeft de CEVO in feite dat punt aan iedereen geschonken, zodat per saldo niemand werd gedupeerd. Bij deze N-term heeft 29% van de kandidaten geen voldoende en is het gemiddelde CSE-cijfer 6,2. Dat percentage onvoldoendes hadden we vorig jaar ook. Vergeleken met de jaren '90, toen het percentage onvoldoendes bij wiskunde-A havo oude stijl gemiddeld 23 was, is dat vrij hoog.
Er zijn vrijwel geen kandidaten uit de N-profielen die examen doen in wiskunde-A12. Uit de ingestuurde gegevens lezen we ook af dat zo'n 5% van de kandidaten uit het profiel C&M komt. In tegenstelling tot voorgaande jaren scoren die kandidaten iets hoger dan de E&M-leerlingen. Een wonderlijk resultaat dat wellicht wordt veroorzaakt door onvolledige of zelfs onjuiste gegevens. Van de 2125 kandidaten van wie wij de gegevens kregen toegestuurd, was van meer dan

FIGUUR 2 VMBO-GL en VMBO-TL

ACHTVLAKDOBBELSTENEN



Roy gooit één keer met twee achtvlakdobbelstenen, een rode en een blauwe. Dit noemt hij een worp. Daarna telt hij de getallen van de bovenliggende vlakken bij elkaar op. In de situatie op bovenstaande foto heeft hij in één worp bij elkaar tien gegooid. De acht vlakken met de getallen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 en 8 hebben ieder evenveel kans om boven te komen.

3p ○ **1** Roy kan op vier verschillende manieren in één worp bij elkaar vijf gooien.
→ Schrijf deze vier manieren op.

Roy en Bas besluiten een spel te gaan spelen. Ze noemen het: “Wie het hoogste getal gooit”. Roy gooit met de rode achtvlakdobbelsteen en Bas met de blauwe. Wie het hoogste getal gooit, wint. Bij gelijke getallen wint niemand.

4p ○ **4** Ze spelen het spel 480 keer.
→ Hoeveel keer verwacht je dat Bas zal winnen? Leg uit hoe je aan je antwoord bent gekomen. Je mag het rooster **in de uitwerkbijlage** bij vraag 4 gebruiken.

APPELLAND



In Nederland worden veel verschillende soorten appels gegeten. In de tabel hieronder zie je de appel top-6 van de meest gekochte appelsoorten in 1994 en 1999.

De appel top-6
In kilogram per huishouden per jaar

	1994	1999
1. Elstar	10,6	8,9
2. Jonagold	5,7	5,8
3. Granny Smith	3,4	2,9
4. Golden Delicious	3,9	2,8
5. Goudreinette	2,5	2,0
6. Cox's Orange Pippin	1,5	1,1
Overige appelsoorten	...	3,5
Totaal	34	27

3p ○ **14** → Bereken hoeveel kilogram er aan overige appelsoorten in **1994** per huishouden per jaar gekocht werd. Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

4p ○ **16** In de uitwerkbijlage bij vraag 16 is een deel van het cirkeldiagram voor het jaar **1999** getekend. De sectoren van Elstar en Jonagold zijn nog niet getekend.
→ Teken de ontbrekende sectoren in het cirkeldiagram **in de uitwerkbijlage**. Laat met een berekening zien hoe je aan de grootte van de getekende sectoren komt.

4p ○ **17** In **1994** zaten er in één kilogram gemiddeld 4,6 appels. Een huishouden bestond in **1994** gemiddeld uit 2,4 personen.
De appeltelers in Nederland beweerden toen dat dit erop neerkwam dat er meer dan één appel gekocht werd per persoon per week.
→ Laat met een berekening zien dat de appeltelers gelijk hadden.

FIGUUR 3 VMBO-KB

300 kandidaten helemaal geen profiel aangegeven. Misschien zijn de wel ingestuurde gegevens op dat punt niet helemaal betrouwbaar.
De startopgave, *Vermogens van huishoudens*, werd redelijk goed gemaakt (voor de opgave zie figuur 1 op pag. 24).
In de opgave *Balpennen* werden eerst wat standaardvragen gesteld over opbrengst- en kostenfuncties. Voor de veiligheid hebben we de winstfunctie gegeven voordat we vragen gingen stellen over de afgeleide ervan. De laatste vraag vereiste een interpretatie van de betekenis van de afgeleide en was een van de moeilijkste van dit examen (p’ = 27).
Franse Bank was een context over kans en verwachting. De scores waren vrij laag, wat niet ongebruikelijk is bij kansvragen. Vraag 11 was de moeilijkste vraag van het examen met p’ = 19.
In *Goudvissen* viel op dat het opstellen van een lineair verband op basis van een tabel voor velen te moeilijk was. Maar liefst 47% van de kandidaten scoorde hier geen enkel punt (zie figuur 4).
In de opgave *Rozen in de kas* werd drie keer een percentage gevraagd. In de eerste vraag moest dat op basis van een cirkeldiagram en groeigegevens. In vraag 17 waren aflezingen uit een grafiek nodig, terwijl het derde percentage uit een normale verdeling moest worden afgeleid. Alle drie vragen scoorden behoorlijk.
De laatste opgave, *Vierkeuzetoetsen*, werd nog iets beter gemaakt. Dat is ook een aanwijzing dat het examen niet te omvangrijk was: leerlingen hadden kennelijk nog tijd en energie over. De laatste vraag was de op één na gemakkelijkste vraag van het examen (p’ = 75 en slechts 7% van de kandidaten kreeg score 0).

HAVO B

[Harm Boertien]

De reacties op de examens havo wiskunde B1 en B12 waren dit jaar niet ongunstig. Bij beide examens waren de resultaten ongeveer zoals men zou mogen verwachten. De indrukken uit de regionale examenbesprekingen geven een idee hoe de examens inhoudelijk zijn gevallen: het B1-examen gemakkelijk, het B12-examen iets langer dan gemiddeld. De psychometrische resultaten geven weer hoe de leerlingen er feitelijk op scoorden. Zoals gebruikelijk scoorden de B12-kandidaten op overlapopgaven beter dan de B1-kandidaten.
Het B1-examen werd bij de regionale examenbesprekingen redelijk positief ontvangen en het examen B12 gewoonweg positief. Docenten vonden dat het niveau van B1 wel iets hoger mocht zijn, terwijl het niveau van B12 goed werd gevonden. Het B12-examen werd ook leuker gevonden dan het B1-examen. Een reden hiervoor kan zijn dat in het B12-examen zuivere wiskunde een wat grotere rol speelt dan in het B1-examen en dat docenten vinden dat contexten in deze examens wel een wat kleinere rol zouden mogen spelen. ‘Graag iets meer wiskunde en minder taal’, was de boodschap.

Naast deze algemene indruk zijn er ook meer specifieke aandachtspunten genoemd.

Docenten ervoeren het bij de correctie als een probleem dat de vragen (voor hen) niet altijd eenduidig waren. Zo was het bijvoorbeeld voor diverse docenten onduidelijk wat een juiste vorm voor een toenamendiagram was. In het correctievoorschrift werden bij de opgave *Zeehonden* twee gangbare vormen gegeven. Andere docenten gaven aan dat het bij sommige opdrachten (bijvoorbeeld bij 'bereken') niet altijd duidelijk is wanneer een exact en wanneer een niet exact antwoord gegeven mag/moet worden. Verder was er de vraag wanneer algebraïsche oplossingsmethoden zijn toegestaan, en wanneer dit nodig is. Het nomenclatuurrapport geeft hierover evenwel voldoende uitsluitsel.
Een onduidelijkheid van geheel andere soort betreft de vorm van het eindantwoord. In hoeverre moet men hier (voor de hand liggende) herleidingen eisen? Zijn bijvoorbeeld antwoorden als $x = -(e^2 - 4)$ en $x = \ln(e^2)$ toelaatbaar?
Ook de manier waarop eindresultaten gevraagd worden (eenheden en afronding) kan verbeterd worden. Over het vaak niet precies aangeven op welk aantal decimalen afgerond moet worden, zijn de meningen echter verdeeld. Enerzijds voorkomt het open laten van de afronding dat leerlingen daar punten verliezen. Anderzijds is het onduidelijk hoever de leerling mag gaan bij het afronden.
Algemeen geldt natuurlijk dat wat niet gevraagd wordt, ook niet vereist kan worden. En als regel is elke wiskundig verantwoorde oplossingsmethode toegestaan, exact of met voldoend nauwkeurige approximatie, tenzij anders wordt gevraagd. Dit geeft uiteraard niet in alle gevallen uitsluitsel. Zelfs de jurisprudentie die in de loop der eeuwen is ontstaan over geschikte notatie van wiskundige uitkomsten, bewerkingen en redeneringen blijkt niet altijd een antwoord te geven. Tijden veranderen echter en veel leerlingen kennen die conventies niet meer. Het is goed te zien welke algemeen aanvaarde nieuwe regels hierbij gehanteerd kunnen worden.
Naast deze algemene opmerkingen zijn er per opgave natuurlijk zo nu en dan ook kanttekeningen geplaatst. Die komen in de bespreking van de opgaven hieronder aan de orde.

HAVO B1

Van 1869 kandidaten zijn de scores ontvangen. Deze waren als volgt over de profielen verdeeld:
C&M: 3; E&M: 59; N&G: 1545; N&T: 1 (fout ingevuld).
Het examen bestond uit drie opgaven over analyse en twee opgaven over kansrekening en statistiek; één opgave ging deels over statistiek en deels over analyse.
De opgaven over analyse ($p'_{gem} = 61$) scoorden iets beter dan die over kansrekening en statistiek ($p'_{gem} = 58$). Het vorig jaar waren de opgaven over kansrekening juist beter gemaakt dan de analyseopgaven.
De eerste opgave, *Kogelstoten*, ging over scores bij kogelstoten. Deze opgave werd niet moeilijk gevonden en was een goede startopgave: gemiddeld behaalden de leerlingen ongeveer 80% van de maximale score (14 punten); zie ook tabel 10.
De opgave *Geluidssnelheid* ging over een wortelfunctie. Leerlingen scoorden goed op de eerste en wat slechter op de laatste vraag. In totaal echter was de score redelijk. De laatste vraag ging met name over het kunnen doorzien van een model. Veel docenten vonden het correctievoorschrift te streng. Volgens hen hoeft een zeer slechte modelvorming (factor 0,90 vergeten) niet te betekenen, dat voor wiskundig juist uitgevoerde bewerkingen geen punten gegeven kunnen worden.
Over de toch goed scorende kansopgave *Afrikaans spelletje* waren de meningen ook enigszins verdeeld. Misschien dat bij de laatste, moeilijkste vraag de lage score deels veroorzaakt werd door de wat ingewikkelde formulering.
Opvallend is dat er bij de moeilijkste (analyse)opgave in dit examen, *Raken*, geen aanmerkingen waren. Men vindt het terecht dat in een B-examen ook 'zuivere wiskunde' aandacht krijgt. Deze opgave zou het oordeel 'moeilijk en mooi' kunnen krijgen en is in zijn geheel hier weergegeven (zie figuur 5).
Bij de opgave *Zeehonden* waren de eerste twee vragen moeilijk in verhouding met de latere vragen. Wellicht dat de onbekendheid met het begrip 'toenamendiagram' een rol speelde (zie hiervoor). Ook de formulering van 'afstanden in de tijd' kan problemen opgeleverd hebben.
De opgave *Amerikaanse presidentsverkiezingen* over kansrekening werd nogal moeilijk gevonden. De vragen waren redelijk open. Docenten merkten op dat 'leerlingen niet goed in staat zijn een waterdichte formulering aan het papier toe te vertrouwen', waardoor het corrigeren soms moeilijk wordt. Ook kan er verwarring ontstaan bij de term '50%'. Soms werd deze geïnterpreteerd als '50% van aantallen' en soms als 'een kans van 50%'. Het kunnen onderscheiden van werkelijkheid en model leidde kortom in bepaalde gevallen tot problemen.

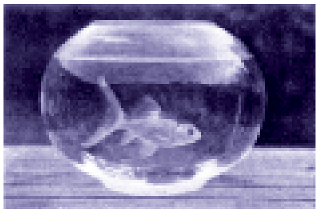
HAVO B12

Van 1814 kandidaten zijn de scores ontvangen. Deze waren als volgt over de profielen verdeeld:
C&M: 3; E&M: 24; N&G: 76; N&T: 1483.
Het examen bevatte 6 vragen over meetkunde en 15 vragen over analyse. De vragen over meetkunde ($p'_{gem} = 54$) zijn gemiddeld iets slechter gemaakt dan de vragen over analyse ($p'_{gem} = 58$). Leerlingen hebben volgens docenten niet zo'n grote vaardigheid in het vlot kunnen maken van tekeningen.
De opgave *Kogelstoten*, waarop de B1-leerlingen goed scoorden, was ook voor de B12-populatie een gemakkelijke opgave (zie ook tabel 11).
De opgave *Trein* daarentegen was moeilijker, waarschijnlijk omdat hij betrekking had op het opnieuw in het examenprogramma opduikende onderwerp periodieke functies.
De B12-leerlingen vonden de laatste vraag van de opgave *Koffiefilter* behoorlijk moeilijk. De reden is waarschijnlijk dat men daar ruimtelijk voorstellingsvermogen moet combineren met een evenredigheid om een goed antwoord te krijgen. Deze vraag is bij dit artikel weergegeven (zie figuur 6).

FIGUUR 4 HAVO-A12

Goudvissen

foto



Bij goudvissen doet zich een bijzonder verschijnsel voor. Een goudvis in een kleine vissenkom blijft kleiner dan een goudvis die in een grote vissenkom leeft.
De grootste lengte L die een goudvis in een kom kan bereiken, hangt af van de hoeveelheid water in de kom. Het verband wordt beschreven met de formule:

$$L = 2{,}6 \cdot V^{0{,}47}$$

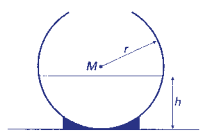
Hierin is L de grootste lengte van de goudvis (in centimeter) en V de hoeveelheid water in de vissenkom (in liter).

Een goudvis kan in een kom met 8 liter water een bepaalde lengte bereiken. Deze goudvis kan een grotere lengte bereiken als hij zou leven in een kom van 13 liter.

3p **12** ☐ Bereken hoeveel procent langer hij dan kan worden. Rond je antwoord af op een geheel getal.

Veel goudvissen zwemmen hun rondjes in een bolvormige vissenkom.
De hoeveelheid water V in een bolvormige vissenkom hangt af van de straal r van de bol en van de waterhoogte h. Zie figuur 3. M is het middelpunt van de bol.
Tabel 4 geeft voor een aantal waarden van r en h de hoeveelheid water V in een bolvormige vissenkom.

figuur 3



tabel 4

de hoeveelheid water V (in l) in een bolvormige vissenkom

		straal r van de bol (in cm)				
		10	**15**	**20**	**25**	**30**
waterhoogte h (in cm)	**5**	0,65	1,05	1,44	1,83	2,23
	10	2,09	3,67	5,24	6,81	8,38
	15	3,53	7,07	10,60	14,14	17,67
	20		10,47	16,76	23,04	29,32
	25		13,09	22,91	32,73	42,54
	30			28,27	42,41	56,55
	35			32,07	51,31	70,56
	40				58,64	83,78

In tabel 4 staan 31 waarden van V. Slechts een klein deel hiervan heeft betrekking op half volle vissenkommen. We noemen een kom half vol als hij precies tot het middelpunt M met water is gevuld.

3p **13** ☐ Welke waarden van V uit tabel 4 betreffen een half volle kom met meer dan 15 liter water? Licht je antwoord toe.

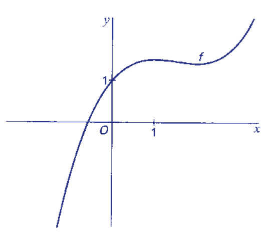
Raken

Gegeven is de functie f door
$f(x) = 0{,}2x^3 - 0{,}9x^2 + 1{,}2x + 1$
In figuur 2 is de grafiek van f getekend.

Hierin is te zien dat de y-coördinaten van de beide toppen niet veel verschillen.

6p **12** ☐ Bereken met behulp van differentiëren het verschil tussen deze y-coördinaten.

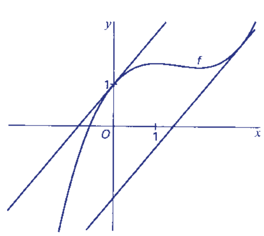
figuur 2



Er zijn twee lijnen met richtingscoëfficiënt 1,2 die aan de grafiek van f raken. Zie figuur 3.

4p **13** ☐ Onderzoek of er ook twee lijnen zijn met richtingscoëfficiënt −0,1 die aan de grafiek van f raken.

figuur 3



FIGUUR 5 HAVO-B1

De opgave *Zeehonden* scoorde onverwacht goed, want het ging niet bepaald om een eenvoudige opgave. Bij de opgave *Logaritmische functies* bleek dat ook B12-leerlingen zuivere wiskunde moeilijk vinden. Veel docenten vonden dat in de figuren de asymptoten (met stippellijnen) aangegeven hadden moeten worden.
Het examen sloot af met de opgave *Vaas*. Ook hier bleek weer hoe moeilijk leerlingen het vinden om evenredigheden in meetkundige contexten te hanteren.

VWO A

[Ger Limpens]

In het nu volgende deel wordt aandacht besteed aan de reguliere centrale vwo-examens A1 en A12. Aan het eind van dit artikel treft u een verslag rond de gang van zaken rond het Compex-experiment bij de vwo-examens A1 en A12 aan dat dit jaar voor de tweede keer plaatsvond. Hierbij moesten kandidaten de computer inzetten.

VWO A1

De gemiddelde kandidaat vwo-A1 bleek, zo valt te berekenen aan de hand van de p'-waarden van dit examen, dit jaar 45,9 punten te scoren. Op een totaal van 83 punten en een N-term van 1,4 leverde dit deze hypothetische kandidaat een 6,4 op. Daarmee bleek 24% van de vwo-A1-populatie een onvoldoende te scoren. Het examen vwo-A1 2004 geeft ons de mogelijkheid deze resultaten te vergelijken met de resultaten van het examen vwo A 2000 vanwege het feit dat een van de opgaven van het recente examen, te weten de opgave *Examenresultaten*, juist het examen van 2000 tot onderwerp had (zie figuur 7). Bijna een vorm van zelfreferentie, zo zou men kunnen beweren. Of het eerlijk zou zijn deze twee examens met elkaar te vergelijken is trouwens maar zeer de vraag. De A1-populatie is een populatie met een andere achtergrond dan de 'oude' A-populatie, zo zal iedere wiskunde-docent onmiddellijk beamen.
De slechtst scorende vraag van dit examen, te weten vraag 13, de laatste vraag van de opgave *Kleine ondernemers*, waarbij twee verschillende belasting-verminderingsregelingen met elkaar moesten worden vergeleken, zou vermoedelijk bij die oude A-populatie wat hoger gescoord hebben. Bij de A1-groep van dit jaar bleek slechts 6% van de leerlingen in staat alle punten voor deze vraag te scoren en maar liefst 65% van de leerlingen ging hier met 0 punten naar huis. De benodigde wiskunde voor deze opgave was erg eenvoudig, maar toch werd er slecht gescoord.
Een vraag die tot nogal wat reacties leidde van met name docenten was vraag 5, de eerste vraag van de reeds aangestipte opgave *Examenresultaten*. Deze vraag maakte deel uit van de overlap met het A12-examen. Bij deze vraag was een cumulatieve frequentiepolygoon getekend waaruit gegevens moesten worden afgelezen. De vraag deed het op zich, zie tabel 12, niet slecht: met een p'-waarde van 66 was het een vraag die door veel leerlingen goed gedaan werd. Toch was er nogal wat kritiek op deze vraag. Veel docenten vonden met name

dat de figuur op de uitwerkbijlage wel een forse slag groter gekund had. Bij nader inzien zou dit inderdaad verstandig zijn geweest. Want dan zou het ons wellicht meer zijn opgevallen dat figuur en tekst die in de opgave onder de figuur stond niet met elkaar spoorden. Bij vergroting kon geconstateerd worden dat deze grafiek getekend was op basis van de rechter klassegrenzen: alle in de figuur aangeduide percentages stonden niet pal boven de respectievelijke scores maar boven de rechtergrenzen van de bij de scores horende klassen met klassebreedte 1. Dat correct interpreterend zou opgeleverd hebben dat het percentage horend bij score 45 niet 29%, zoals de examentekst vermeldde, maar circa 31% zou moeten zijn door te kijken boven het scoregetal 45,5. Het antwoord bij vraag 5 zou dan ook beter op basis van een afgelezen waarde 79% berekend kunnen worden dan op het in het correctievoorschrift opgenomen percentage 77. Terecht vielen nogal wat docenten hierover. Omdat er een marge in het antwoordmodel was opgenomen, kon 79 zelf nog wel als correct gerekend worden maar een kennelijk ook veelvuldig afgelezen waarde van 80 was op basis van het correctievoorschrift alleen maar fout te rekenen terwijl dat, bij nader inzien, op basis van de toegestane marge en een beter afgelezen beginwaarde, acceptabel zou moeten zijn. Omdat een en ander pas ruim twee dagen na afname van het examen doordrong, was het niet meer mogelijk een veranderde richtlijn in dit kader uit te doen gaan. Voor veel docenten (en dus leerlingen) zou het wellicht al te laat zijn op straffe van een extra correctieronde. Om leerlingen echter niet de dupe hiervan te laten zijn, is besloten de N-term die in eerste instantie vastgesteld was op N = 1,3 te verhogen naar N = 1,4. De leerling die afgerekend is op een aflezing van 80 krijgt dus alsnog dat ene punt erbij. Uit de analyse viel af te lezen dat circa 51% van de leerlingen met 2 van de 3 punten bij deze vraag naar huis ging. In principe kunnen dat dus allemaal kandidaten zijn die 80% aflazen, daar de onterechte korting voor ontvingen en daar later (net als alle andere kandidaten overigens) voor gecompenseerd werden.

Dat die N-term-verhoging ook daadwerkelijk heeft plaatsgevonden en niet slechts een cosmetische opmerking achteraf is, is trouwens te zien aan het feit dat de voorgenomen N-term voor het tweede tijdvak 1,3 is en dus niet 1,4. In principe volgt de tweedetijdsvak-N-term die van het eerste tijdvak behalve in gevallen als deze.

Verder moet geconstateerd worden dat veel docenten opmerkten dat het examen aan de lange kant was. Deze conclusie is, voor alle duidelijkheid, niet eenduidig te verifiëren aan de hand van de gegevens uit de versnelde correctie. De Citogroep vraagt aan alle docenten bij iedere vraag verschil te maken tussen een score 0 en 'geen score'. Een vraag die door veel kandidaten niet gemaakt is, is daarmee, zo is de hoop, te identificeren. Uit de analyse blijkt echter niet een structureel oplopen van niet-gemaakte vragen aan het einde van het examen. We zijn ons er van bewust dat leerlingen een examen niet altijd van voor naar achter maken, waardoor het niet vanzelfsprekend is dat een te lang examen getypeerd wordt door relatief veel 'geen score' bij de laatste vragen. Dit neemt niet weg dat we als examenmakers deze opmerking, zie ook het vwo A12–examen, serieus zullen nemen.

VWO A12

De gemiddelde p'-waarde van het vwo-A12-examen was dit jaar 50,8. Dit levert, uitgaande van een maximale score van 87, een gemiddelde score voor dit examen van 44,2. Bij N = 1,0 zou dit geleid hebben tot een gemiddeld cijfer van 5,6 en een percentage onvoldoendes van 48. Ongetwijfeld zouden dergelijke getallen de examenmakers niet in dank afgenomen zijn. De uiteindelijk gekozen N-term van 1,5 leidde in ieder geval tot een wat 'aangenamer' percentage onvoldoendes: 32%. Een percentage dat iets meer overeenkomt met het percentage voor wiskunde A12: vanaf 2001 kunnen daarvoor de volgende percentages genoteerd worden: 25%, 29%, 38%, 32%. Een schommelend beeld, dat is duidelijk, maar ook is duidelijk dat de genoemde 48% niet voor de hand zou liggen in dit rijtje. Ongetwijfeld betekent dit dat het examen moeilijker was dan de makers voor ogen stond. Dat valt ook af te lezen aan het feit dat maar liefst 3 vragen van een p'-waarde onder 20 voorzien bleken te worden: vraag 4 met p' =14; vraag 12 met p' =18 en vraag 21 met p' = 19. De vragen 7 en 16 met p'-waarden van 23 en 22 waren ook al geen vragen die eenvoudig bleken.

Vraag 1 van dit examen was gelijk aan vraag 5 van wiskunde A1. Vanwege de discrepantie tussen tekening en tekst (zie de opmerkingen bij wiskunde A1), vond ook bij deze vraag een aanpassing van de N-term plaats die niet terug te vinden is in de N-term van het tweede tijdvak: de gedachte N-term van 1,4 werd aangepast en vervangen door een N-term van 1,5.

Ten aanzien van vraag 4, de hypothesetoets in de opgave *Examenresultaten*, merkte deze en gene op dat de percentages die hier met elkaar vergeleken moesten worden zo exorbitant van elkaar verschilden dat een onderzoek als het beoogde absoluut niet voor de hand lag. Dat neemt echter, in de ogen van de makers althans, niet weg dat een veronderstelling over het al dan niet afwijken van twee verschillende populaties leerlingen getoetst kan (en hier, gezien de vraag, moet) worden door een eenzijdige hypothesetoets.

Vraag 7, het opstellen van de gegeven formule voor de winst bij het voorraadprobleem van *Autobanden*, bleek lastig. Uiteraard was dit niet echt onverwacht: zo langzamerhand is wel duidelijk dat veel A12-leerlingen grote moeite hebben met dit aspect van de wiskunde. Meer dan de helft van de kandidaten bleek hier geen enkel punt te scoren.

De laatste vraag van *Bevolkingsgroei*, vraag 12, was ook voor veel leerlingen te lastig (zie figuur 8). Maar liefst 69% van de kandidaten bleef hier volledig in gebreke. Uit de analyse van niet-gescoorde vragen bleek dat meer dan 6,5% van de kandidaten vermoedelijk niet eens een poging gewaagd heeft hier iets over op te schrijven. In dit opzicht was deze vraag de kampioen van dit examen. Dit is wellicht wel

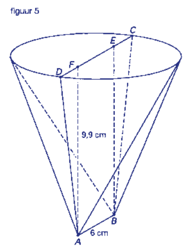
FIGUUR 6 HAVO-B12

Koffiefilter en koffiefilterhouder

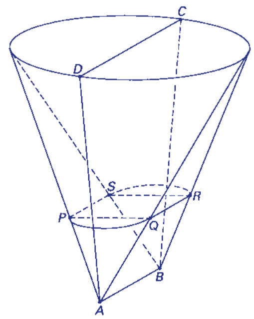
In figuur 6 is op een bepaalde hoogte de dwarsdoorsnede van de koffiefilterhouder getekend.
Deze dwarsdoorsnede is een figuur die bestaat uit een rechthoek *PQRS* en twee halve cirkels met middellijnen *PQ* en *RS*.
We nemen aan dat *CD* exact gelijk is aan 13 cm.

N.B.: De overige maten van de filterhouder waren reeds in het begin van de opgave gegeven: zie figuur 5

figuur 5

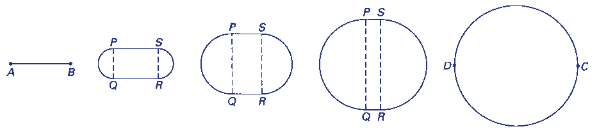


figuur 6



In figuur 7 zijn (op schaal) parallelle doorsneden getekend van de houder op 0%, 25%, 50%, 75% en 100% van de hoogte.

figuur 7

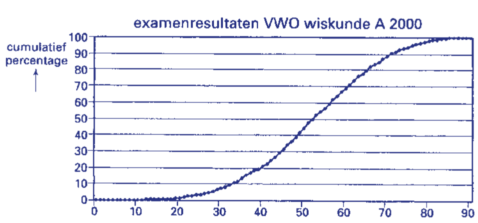


6p **11** ☐ Bereken de oppervlakte van de dwarsdoorsnede op eenderde deel van de hoogte.
Geef je antwoord in cm^2.

Examenresultaten

Voor de invoering van de tweede fase bestonden de vakken wiskunde A en wiskunde B. In 2000 werden deze vakken voor het laatst op alle VWO-scholen geëxamineerd. Bij het Centraal Examen wiskunde A was de maximale score 90 punten. Zoals bij elk examen werden de behaalde resultaten onderzocht door middel van een grote landelijke steekproef. Van de 2255 kandidaten in de steekproef was er één met 0 punten en één met 88 punten. Niemand behaalde meer dan 88 punten. De uitkomst van de steekproef is in de vorm van een cumulatieve frequentiepolygoon weergegeven in figuur 2. Deze figuur staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur 2



Uit figuur 2 blijkt bijvoorbeeld dat 29% van de kandidaten een score van 45 punten of minder behaalde.

3p **5** ☐ Bereken met behulp van figuur 2 hoeveel kandidaten een score hadden die hoger was dan 65.

FIGUUR 7 VWO-A1

veelzeggend: de beoogde activiteit blonk niet uit door ingewikkelde wiskunde maar werd eerder gekenschetst door inzicht in het verstandig gebruik van een gegeven discreet model: door een blikwisseling kun je met de betreffende betrekking ook terugrekenen. Voor veel leerlingen jammer genoeg een brug te ver...
Ook bij *Orkanen* zat het venijn in de staart. Bij de laatste vraag moest een onderzoek naar een tweetal parameters in een gegeven bouwschema uitgevoerd worden waarbij de formule beschreven door het bouwschema aan zekere voorwaarden moest voldoen. Gezien de reacties van een enkele docent moeten er leerlingen (of docenten...) geweest zijn die op eigen gelegenheid de variabele t van een ander domein dan het indirect vermelde voorzagen en daarmee op een tegenspraak in de gegevens van de vraag zelf uitkwamen. Het antwoordmodel voorzag in een aanpak van het trial-and-error-kaliber maar niet in een abstract analytische aanpak. Daarover is, zover we weten althans, niet of nauwelijks geklaagd wat ons sterkt in het vermoeden dat deze aanpak niet gemist is door correctoren.
Vraag 21, de laatste vraag van de opgave *Vierkeuzevragen* en tevens van het A12-examen, was een vraag waarbij een tweetal aanpakken bij de beantwoording van een alternatieve vorm van meerkeuzetoetsing met elkaar vergeleken moesten worden. Ook hier viel te constateren dat het overgrote deel van de leerlingen niet in staat bleek tot het scoren van het eerste punt: 63% verdiende geen punt met deze vraag. De moeilijkheidsgraad van deze vraag was voor de examenmakers onverwacht hoog. De berekening van de score van leerling Tom (de eerste hobbel die genomen moest worden bij de beantwoording van deze vraag) was in wezen – maar wel in een concreet geval – al eerder gevraagd bij deze opgave. We verwachtten dan ook dat dit hier relatief probleemloos zou verlopen. De werkelijkheid bleek echter anders.
Of dit een gevolg is geweest van de ook hier geconstateerde (te?) grote hoeveelheid aan vragen is ook bij dit examen een vraag. Wel is zeker dat docenten hier in nog grotere mate dan bij vwo-A1 aangaven dit examen als te tijdrovend te ervaren. Of een aangepaste N-term in staat is dit mogelijke euvel te repareren, is onzeker. Ook hier, zo is de les voor de examenmakers, heeft de hoeveelheid in de toekomst onze extra aandacht.

Overlap VWO A1/A12

Van de 83 respectievelijk 87 punten van vwo A1 respectievelijk vwo A12 hadden 30 punten betrekking op de overlap tussen beide examens. Dat is, afhankelijk van het uitgangspunt, ruim of bijna 35% van de maximumscore. Uit tabel 14 valt op te maken dat de gemiddelde p'-waarde van de A1-leerlingen op de overlap 53 was terwijl de A12-leerling op de overlap gemiddeld met p' = 61 naar huis ging. Men zou kunnen zeggen dat dit verschil in p'-waarde ook het verschil in vaardigheid van de twee populaties leerlingen beschrijft. Uit de enquêtes van de regionale besprekingen bleek in ieder geval dat de meerderheid van docenten die kennis

genomen had van beide examens het niveauverschil tussen beide examens als goed kenschetste. Uit de gegevens blijkt dat ieder van de overlapvragen door de A12-leerling iets of substantieel beter gemaakt werd dan door de A1-leerling. Het verschil in vaardigheid is wellicht het beste te zien bij vraag 16 van het A1-examen (17 van A12). Dat was de vraag waarbij de verwachtingswaarde voor de score van de gokkende leerling bij een meerkeuze-vraag met strafpunten berekend moest worden. Het verschil in scoregedrag van A1 versus A12 vinden we terug bij de leerlingen die 0 respectievelijk 3 punten voor deze vraag kregen. Bij A1 behaalde 41% geen enkel punt versus 28% puntloze kandidaten bij A12. En 37% van de A1-kandidaten haalde het maximum bij deze vraag daar waar er 54% van de A12-kandidaten met het volle pond huiswaarts keerde.
Waar het overlapvragen betreft die voornamelijk reproductieve aspecten bevatten en dus routine-activiteiten plegen te toetsen, is het verschil in vaardigheid tussen A1 en A12, zo lijkt het in ieder geval, niet zo groot. Het aflezen uit een grafiek (vraag 5 van A1), het tekenen van een boxplot (vraag 6 van A1) en het uitvoeren van een berekening met een nagenoeg gegeven formule (vraag 16 van A1) vallen in deze categorie. Een vraag als vraag 7 van A1 waarbij een uitspraak gedaan moet worden over de standaard-afwijking van een normale verdeling op een wat ongebruikelijke wijze valt duidelijk onder de minder routinematige activiteiten en levert dan ook prompt een wat groter vaardigheidsverschil tussen beide groepen op.

VWO B

[Edward van Kervel]

De vwo-B-examens zijn dit jaar redelijk positief ontvangen door de verschillende categorieën direct betrokkenen.
De *docenten* die de regionale examenbesprekingen van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren bezochten, werd traditiegetrouw een aantal driekeuze-vragen voorgelegd. Uit deze enquête bleek dat het niveau van het B1-examen door 36% als te laag, door 64% als goed en door 0% als te hoog werd gekwalificeerd. Voor het B12-examen waren deze percentages respectievelijk 11, 80 en 9. Vorig jaar waren deze percentages respectievelijk 4, 56, 40 bij B1 en 41, 58, 1 bij B12.
De *CEVO* bepaalde de N-term voor B1 op 0,8. Dit bracht het gemiddelde cijfer voor dit vak op 6,1 en het percentage onvoldoendes op 29. Voor B12 werd besloten tot N = 1,2 met gemiddeld cijfer 6,5 en 26% onvoldoendes. In de korte historie van B1 en B12 (en in de langere historie van B-oude stijl) zijn dit getallen die niet ontevreden stemmen.
De *kandidaten* lieten hun positieve oordeel ook niet rechtstreeks weten; wij kunnen dit slechts voorzichtig veronderstellen op grond van het feit dat zij voor beide examens (in de steekproef) een gemiddelde p'-waarde van 59 wisten te realiseren.
Onder de 'direct betrokkenen' rekenen wij tenslotte nadrukkelijk *niet* de universitaire deskundigen, die hun onbekendheid met de huidige onderwijspraktijk op verschillende sites openlijk en pijnlijk etaleerden.

Het verschil in niveau tussen het B1-examen en het B12-examen werd door ruim 80% van de docenten in de enquête als 'goed' bestempeld. Dit oordeel is consistent met de vastgestelde N-termen en met de steekproefanalyse van de vragen die in beide examens voorkwamen (de vragen 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13 en 14 van het B1-examen).
Dit jaar namen we afscheid van het vak wiskunde-B-oude stijl. Voor dit vak werd de N-term evenals vorig jaar vastgesteld op 1,0. Hoewel afnamegegevens hier ontbreken, kan op grond van waarnemingen van enkele correctoren redelijkerwijs vermoed worden dat de kandidaten voor dit allerlaatste examen een zeer kleine, heterogene populatie vormden, aan wier prestaties door deze N-term echter geen onrecht gedaan zal zijn.

VWO B1

In tabel 15 staan de maximumscores en de p'-waarden voor de vragen van het B1-examen.
De opgave *Machten van een derdegraadsfunctie* voldeed ruimschoots aan de verwachtingen: geen enkele opgave vertoonde een hogere gemiddelde score. De keuze van deze startopgave was volgens 88% van de respondenten goed.
Bij de opgave *Grondprijs* is getracht 'thematisch' toe te werken naar een integraal. De 'dip' bij vraag 6 verraadt dat dit door de kandidaten niet als zodanig werd ervaren. De opgave als geheel scoort heel behoorlijk, maar kennelijk wordt het sommeren van een rij als voorbereiding op het echte integreren door veel leerlingen (en wellicht een enkele docent...) tegenwoordig als een lastige omweg beschouwd: 42% van de kandidaten behaalde hier 0 scorepunten.
Ook de opgave *Krasloten* scoorde hoog, een niet-alledaags resultaat voor een opgave uit het domein Kansrekening en Statistiek. Vraag 9 was één van de drie vragen die discussie opriepen, met name onder docenten. Vragen over verwachtingswaarde binnen een realistische context moeten vanzelfsprekend extra zorgvuldig geformuleerd worden. Alhoewel de intentie van de vraag volgens de examenmakers voldoende duidelijk was, waren sommigen van mening dat het antwoord 274 hier niet fout gerekend zou hoeven te worden; een enkeling ging zelfs zo ver, dit antwoord te prefereren. De praktijk heeft uitgewezen dat de beoogde interpretatie voor de kandidaten over het algemeen geen probleem opleverde.
De opgave *Een verzameling functies* scoorde als geheel het laagst bij dit examen, alhoewel geen enkele vraag echt uit de boot viel (zie figuur 9). Ook in voorgaande jaren bleek goniometrie lastig voor de B1-groep. De opstellers waren verheugd dat de onderzoeksvraag 11 een plaats kon krijgen in dit examen. Het manipuleren met formules in vraag 13 bleef dit keer beperkt in vergelijking met eerdere examens. De formulering van vraag 14 gaf aanleiding tot commentaar van enkele docenten: vormen drie gebieden die onderling slechts

FIGUUR 8 VWO-A12

Bevolkingsgroei

De wereldbevolking neemt nog steeds toe, maar groeit niet in ieder werelddeel even hard.

Onlangs stelde iemand het volgende model op om een ruwe schatting van de toekomstige wereldbevolking te maken:

$$B_n = B_{n-1} + 0,3B_{n-1}\left(1 - \frac{B_{n-1}}{10,9}\right) \text{ met } B_0 = 6,1.$$

Hierin is B_n de wereldbevolking in miljarden mensen en n het aantal eenheden van 10 jaar na 2000. Dus B_0 is de wereldbevolking in 2000, B_1 de wereldbevolking in 2010, enzovoort. De volgende vragen hebben betrekking op dit model.

Volgens dit model zal de wereldbevolking op de lange duur een grenswaarde bereiken.

3p **11** ☐ Teken de eerste drie stappen (dus van B_0 tot en met B_3) van de webgrafiek in de bijbehorende figuur op de uitwerkbijlage. Licht je werkwijze toe.

Of het model de toekomstige ontwikkeling redelijk beschrijft, moeten we nog afwachten. Wel kunnen we controleren of het model in overeenstemming is met de ontwikkeling vóór 2000. Zo is te berekenen hoe groot volgens de formule voor B_n de wereldbevolking in 1990 was.

4p **12** ☐ Voer deze berekening uit.

Een verzameling functies

Op het domein $[0, 2\pi]$ zijn gegeven de functies:
$f_n(x) = 1 + \sin^2 x + \cos nx$ waarbij n een positief geheel getal is.

Als je de grafiek van f_2 door de GR laat tekenen, lijkt deze op een sinusoïde.
Er geldt inderdaad $f_2(x) = a + b\sin c(x - d)$.

6p **11** ☐ Geef een mogelijke combinatie van waarden voor a, b, c en d. Licht je antwoord toe.

De grafiek van f_n gaat voor bepaalde waarden van n door het punt $(\frac{1}{6}\pi, \frac{1}{4})$.

4p **12** ☐ Onderzoek voor welke waarden van n tussen 0 en 50 dit geldt.

$f_4(x)$ is te schrijven als $f_4(x) = 1\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x + \cos 4x$.

3p **13** ☐ Toon aan dat dit juist is.

Gegeven is de rechthoek $OABC$ met $A(2\pi, 0)$ en $C(0, 3)$.
De grafiek van f_4 verdeelt deze rechthoek in twee gebieden.

7p **14** ☐ Toon aan met behulp van integreren dat deze twee gebieden exact dezelfde oppervlakte hebben.

FIGUUR 9 VWO-B1

verbonden zijn via een draadje met dikte nul wel één gebied? De formulering is inderdaad onbedoeld scherper dan de situatie toelaat. De inschatting dat kandidaten hier 'gewoon' deden wat er van hen verwacht werd, is door de analyse van de steekproef echter niet weersproken.
Bij de opgave *Munten* springt de extreem lage score van vraag 17 in het oog. Ook over deze vraag zijn diverse kritische opmerkingen geplaatst. Toetsdeskundigen zouden deze vraag wellicht als 'mislukt' kunnen bestempelen, maar dat geldt evenzeer voor de extreem goed scorende vragen 1, 2, 4, 5 en 15. De redactie van de vragen 16 en 17 verdient overigens bepaald niet de schoonheidsprijs en dus is er voor de examenmakers ook hier iets te leren.
De opgave *Het menselijk oog* fungeerde als hekkensluiter, een weinig begerenswaardige positie. Naar omstandigheden heeft deze opgave het er zelfs redelijk van afgebracht

VWO B12

In tabel 16 staan de maximumscores en de p'-waarden voor de vragen van het B12-examen.
Op de gemeenschappelijke vragen van het B1-examen en het B12-examen scoorde de B12-populatie, zoals verwacht mocht worden, beduidend hoger dan de B1-populatie. De profielspecifieke opgaven *Cirkel met lijnen*, *Ingesloten* en *Ellipsen in een vierkant* werden duidelijk als lastiger ervaren. Om onnodig tijdverlies te voorkomen zijn deze opgaven niet vooraan geplaatst.

Bij dit examen vond 84% van de ondervraagde docenten de keuze van het startvraagstuk, *Machten van een derdegraadsfunctie*, goed. De doelgroep kon op deze opgave vrij eenvoudig een flinke score behalen. In het B12-examen is meestal slechts plaats voor één opgave uit het domein Kansrekening en Statistiek. Zoals tot nu toe te doen gebruikelijk was dit een opgave die ook in het B1-examen voorkwam; ook dit jaar werd deze opgave door de B12-populatie beter gemaakt dan door de B1-populatie.
De gonio-opgave *Een verzameling functies* werd -zoals verwacht- behoorlijk gemaakt.
De inschatting dat *Cirkel met lijnen* minder lastig gevonden zou worden dan *Ellipsen in een vierkant* is door de feiten niet gestaafd; de kegelsneden deden het deze keer iets beter dan de hoeken en afstanden.
Opgaven uit het domein Voortgezette Meetkunde hebben vaak de naam, 'alles-of-niets-opgaven' te zijn. Uit de steekproef blijkt dat de spreiding over de verschillende deelscores bij deze opgaven vergelijkbaar is met die van de overige opgaven. Een voorzichtige poging tot een verklaring zou kunnen zijn dat docenten inmiddels -hopelijk geholpen door het correctievoorschrift- goed ingespeeld zijn op het corrigeren van dergelijke vraagstukken.
Ook bij *Grondprijs* werd bevestigd dat B12-kandidaten over het algemeen beter uit de voeten kunnen met de gemeenschappelijke opgaven. Gezien de omvang van de examens kon de tweede vraag van de B1-versie van deze opgave hier niet gesteld worden.

Dit jaar werd voor de opgave uit het domein Voortgezette Analyse, *Ingesloten*, de laagste gemiddelde score behaald (zie figuur 10). Voor de onderdelen 15 en 16 scoorde meer dan de helft van de kandidaten uit de steekproef 0 punten. Uit analyse bleek dat dit nauwelijks is toe te schrijven aan tijdsdruk. Blijkbaar is de combinatie van rijen met gelijkvormigheid voor veel kandidaten een (te) nieuwe ervaring geweest.

Algemene opmerkingen

Uit de veelheid van reacties van algemene aard noemen we er hier enkele, die wellicht voor meer docenten van belang kunnen zijn, alhoewel ze, op de eerste twee na, niet uitsluitend vwo-wiskunde-B betreffen.

- In het correctievoorschrift worden stellingen als motivatie van een redeneerstap letterlijk aangehaald zoals ze op de formulekaart zijn weergegeven, bijvoorbeeld '(*hoekensom driehoek*)'. Strikt genomen biedt artikel 3.8 van de Algemene regels van het correctievoorschrift de mogelijkheid om tussen haakjes geplaatste toevoegingen als optioneel, dus niet noodzakelijk, te interpreteren. Zodra het gezelschap correctoren in dezen uiteenvalt in 'rekkelijken' en 'preciezen' zal nadere regelgeving onontkoombaar zijn. Totdat het zover gekomen is lijkt het wijs om dergelijke toevoegingen in het correctievoorschrift te lezen als: deze redeneerstap dient verantwoord te zijn door een beroep op navolgende stelling, eventueel op equivalente wijze verwoord.
- De scorepunten voor de afzonderlijke domeinen zijn niet evenredig met de bijbehorende SLU's. De voorbeeldexamens die gepubliceerd zijn in de *Syllabus vwo wiskunde-B*, geven een indicatie van de verdeling van de scorepunten over de verschillende domeinen.
- Nieuwe opgaven beginnen (bijna) altijd op een nieuwe pagina - al was het maar om kandidaten te motiveren navenant te handelen bij hun beantwoording. Echter, in het correctievoorschrift worden opgaven soms over verschillende pagina's uitgespreid. Deze hartenkreet is vaak verwoord maar nog niet verhoord; dit op grond van een wellicht wat prozaïsch argument als nodeloos papiergebruik.
- Regelmatig wordt N = 1,0 ervaren als 'de N-term als er niets raars aan de hand is'. In het verlengde van die opvatting figureren uitspraken als: 'N = 1,1 dus er is iets bijgedaan' en 'N = 0,7 dus de norm is verlaagd'. Inderdaad berekenen veel collega's (waaronder ook schrijver dezes) bij hun eerste correctie van tevoren de resultaten 'met N = 1,0', om een idee te krijgen van de mogelijke consequenties. Toch is het goed om je te realiseren dat de N-term niet in principe 1,0 is, maar dat het een getal zal zijn tussen vooraf opgegeven grenzen, nader te bepalen door een hogere instantie. Van de 29 vwo-examens nieuwe stijl in 2004 zijn er slechts twee waarbij tot N = 1,0 is besloten (aardrijkskunde en Fries).

Twee laatste opmerkingen betreffen de wijze van corrigeren van het examenwerk.

- Naast de *stapelnorm* (kijk tot hoever in het correctievoorschrift de leerling een juiste weg bewandeld heeft) worden nog steeds vaak de sprokkelnorm ('verderop staat dat $x = 2$ een punt oplevert') en de absolute norm ('er staat: "gezocht worden de oplossingen van de vergelijking $f(x) = 7$", maar dat heeft-ie niet letterlijk opgeschreven') gehanteerd. Geduld en een beroep op gezond verstand zijn in dezen helaas vooralsnog uw enige wapens.
- In het verlengde van de vorige opmerking: nog steeds vliegen eerste en tweede correctoren elkaar soms in de haren omdat er wel of niet op het werk is aangegeven waar een fout werd geconstateerd. Formeel is daarover niets (meer) vastgelegd, maar de overwegende opvatting is, dat u uw tweede corrector een dienst bewijst door op het werk summier aan te geven waar een kandidaat een fout maakt en dit eventueel toe te lichten op een bijlage bij uw beoordelingsvoorstel.

VWO A1/A12 - Compex3/Imex

[Harm Boertien]

Voorgeschiedenis

In januari 2002 is voor de vakken wiskunde vwo A1 en A12 het exameninnovatieproject *Imex-project* (een deel van het project *Compex3*) van start gegaan. Het project had tot doel ervaring op te doen met de toepassing van ICT in de centrale examens. Onderzocht moest worden in hoeverre de computer een nuttig instrument zou kunnen zijn bij het examineren van de wiskunde voor vwo A1- en A12-leerlingen. Kernvraag bij wiskunde was of de computer meerwaarde kon bieden ten opzichte van de grafische rekenmachine. Uit ervaringen bij het examen in 2003 bleek dat die meerwaarde er inderdaad was.

Ook de andere vakken die in het vwo bij het Imex-project betrokken waren, hadden soortgelijke successervaringen. Er was dan ook grote verbazing en teleurstelling toen de CEVO het Imex-project in januari 2003 voor het hele vwo stopte. Een half jaar later besloot diezelfde CEVO om het Imex-project zo mogelijk toch in het vwo doorgang te laten vinden. In de helft van de normale tijd moest daarna geprobeerd worden examenconcepten voor 2004 te produceren. Ondanks dit krappe tijdpad is het gelukt om twee Imex-examens te maken. Vanzelfsprekend was het niet mogelijk om nieuwe ideeën over computergebruik te ontwikkelen en in opgaven te benutten. De computeropgaven van 2004 zijn daarom geënt op hetzelfde stramien als dat van de examenopgaven van 2003. Verder is er deze keer slechts één context gebruikt om twee opgaven op verschillende niveaus bij te maken. Geen wonder dat docenten opmerkten dat er niet veel nieuws te zien was en dat de opgaven van 2003 iets leuker waren. De leerlingen vonden ze ongeveer even moeilijk als de gebruikelijke schriftelijke opgaven.

Scholen konden zich inschrijven op vakken om met het Imex-examen mee te doen. Dit jaar betrof dat uiteindelijk 9 scholen voor wiskunde. Deze zelfde inschrijvingsprocedure geldt ook voor volgend jaar; verdere informatie over het Imex-project is te vinden op *http://compex.citogroep.nl*.

Het is de bedoeling dat de Imex-examenopgaven in het najaar van 2004 op deze site downloadbaar zijn.

FIGUUR 10 VWO-B12

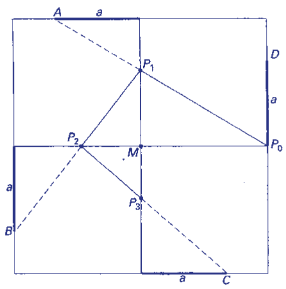
Ingesloten

In figuur 8 is een vierkant getekend met middelpunt M en zijden 2. In het vierkant zijn de horizontale en verticale symmetrieas getekend. Op afstand a van de middens van de zijden liggen de punten A, B, C en D. Hierbij is $0 < a \leq 1$.
We gaan een rij punten op de symmetrieassen construeren.

- Als startpunt P_0 kiezen we het midden van de rechterzijde
- P_0A snijdt een as in P_1
- P_1B snijdt een as in P_2
- P_2C snijdt een as in P_3
- P_3D snijdt een as in P_4

enzovoort.
In figuur 8 zijn de eerste drie stappen (dus tot en met punt P_3) uitgevoerd. Bij elke stap ontstaan twee gelijkvormige driehoeken.

figuur 8



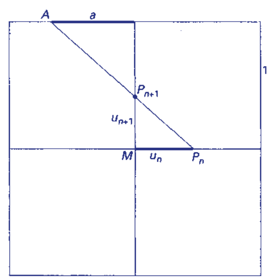
De lengte van MP_n noemen we u_n ($n = 0, 1, 2, 3, \ldots$). Dus $u_0 = MP_0 = 1$.

Neem $a = 1$. Dan liggen de punten A, B, C en D op de hoekpunten van het vierkant.

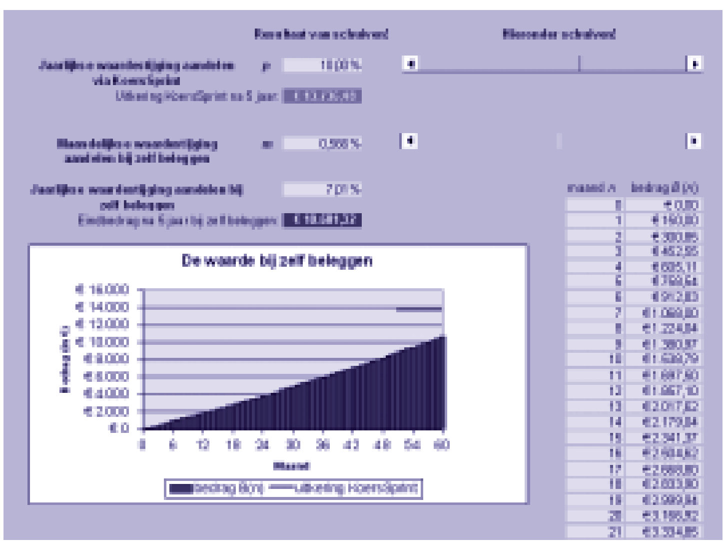
5p **14** ☐ Bereken voor dit geval u_1, u_2 en u_3.

We kiezen nu voor a een getal tussen 0 en 1. In figuur 9 zie je hoe uit u_n de volgende term u_{n+1} wordt gevonden. Figuur 9 staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur 9



5p **15** ☐ Toon aan dat de volgende recursieve betrekking geldt: $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{u_n + a}$.



FIGUUR 11 VWO-A1 en VWO-A12 Imex, schermafdruk

Opzet examen

Het resultaat van de constructie was zoals bedoeld een vwo A1- en een A12-examen dat voor 70% uit vragen van het reguliere eerste tijdvak-examen bestond en voor 30% uit vragen bij een context die gebruik van de computer vereiste. Elk examen begon met een aantal opgaven en vragen uit het reguliere examen, waarna één redelijk uitgebreide computeropgave in plaats van de gebruikelijke schriftelijke opgaven het examen afsloot. Deze computeropgave vereiste het kunnen gebruiken van het softwareprogramma Excel.
De leerlingen hebben als voorbereiding voor het examen gelegenheid gehad om te ervaren wat er op het examen aan beheersing van computervaardigheden gevraagd zou worden. Daartoe zijn aan de docenten voorbeeldopgaven, het Imex-examen 2003 en één A4-tje met algemene instructies (die gaan over het openen van een spreadsheet, de beveiliging ervan en het zo nodig bijstellen van het scherm) uitgereikt.
De leerlingen zijn verder op de hoogte gesteld van de begin- en eindtijd van het examen. De duur van het examen kon een half uur langer zijn dan die van het reguliere landelijk examen. Aan het begin van het examen is nog een korte instructie gegeven indien dit nog niet was gebeurd.
Het examen zelf vond plaats in het computerlokaal. Naast de docent was er een systeembeheerder aanwezig om eventuele problemen met de computer op te kunnen lossen. De leerlingen kregen alle examenopgaven en vragen op schrift. Ze moesten de antwoorden net zoals bij het reguliere examen op schrift zetten om de gebruikelijke correctie te kunnen laten uitvoeren. De leerlingen begonnen meestal met het 'reguliere deel', waarna ze de computeropgave gingen maken.

Het wiskunde A1- en A12-Imex-gedeelte bestond dit jaar uit de computeropgave KoersSprint. Deze was gebaseerd op het nog steeds actuele thema van het leasen van aandelen (zoals dat soms ook in hypotheken voorkomt). Het onderzoeksthema was: 'Wanneer is het voordeliger aandelen te leasen, wanneer zelf beleggen?' Na enkele theoretische vragen over de wiskundige achtergrond (exponentiële groei of meetkundige rijen) werden vragen gesteld over de beste keus bij een bepaalde rentestand: 'zelf beleggen of laten beleggen via leasen'. Daartoe kon men in een spreadsheet het groeipercentage van de aandelenwaarde instellen als men aandelen ging leasen. Daarnaast kon men het groeipercentage instellen waarmee de waarde van eigen aandelen zou toenemen, die men maandelijks ging kopen voor het geld dat men anders aan de kosten voor het leasen kwijt was (zie figuur 11).
De les van deze opgave is dat wanneer de aandelen meer dan 8,3% per jaar stijgen, aandelen leasen de beste keus is en dat zelf beleggen beter is wanneer de waardevermeerdering van aandelen lager is dan 8,3%.

Examenresultaten

De examenresultaten op de 9 scholen hebben betrekking op de scores van 64 leerlingen die het vwo

A1-Imex-examen gemaakt hebben en 90 leerlingen die het vwo A12-Imex-examen maakten. De Imex-opgaven voor beide examens waren dit jaar wat moeilijker dan vorig jaar. Dat was ook de bedoeling. Uit de toets- en itemanalyses bleek dat de A1-leerlingen die het Imex-examen deden, op de overlapopgaven met het reguliere examen iets slechter scoorden (zie tabel 17).
Vraag 14 van KoersSprint betreft een gebruikelijke vraag: 'Bereken het groeipercentage per jaar als het groeipercentage per maand gegeven is.' Deze vraag moet met de GR met een rechtstreekse berekening beantwoord worden. Opmerkelijk is dat de leerlingen daarop zo slecht scoren (p' = 35). De volgende vragen 15 en 16 gaan ook over groeipercentages, maar de scores daarop zijn veel beter. Een verklaring hiervoor kan zijn dat de computer daarbij de berekeningen voor de leerlingen uitvoert. Dat leerlingen beduidend lager scoren op vraag 17 (p' = 30) is hiermee in overeenstemming. Deze vraag gaat immers ook over een berekening van een (op een iets andere manier) groeiend bedrag. Bij de vragen 18 tot en met 23 doet de computer weer het rekenwerk en moeten de leerlingen aangeven hoe er berekend moet worden. De scores op deze vragen zijn als regel 50% of meer van het maximale te behalen puntenaantal. Vraag 24 tenslotte gaat over de conclusie op grond van alle voorgaande gegevens. Deze vraag was duidelijk te moeilijk (p' = 7). Bij dit examen is de N-term vastgesteld op 1,4. Het gemiddelde cijfer was daardoor 6,5 en 17% van de leerlingen behaalde een onvoldoende.

De leerlingen die het vwo A12-examen maakten, bleken als regel op de overlapopgaven met het reguliere examen iets beter te scoren (zie tabel 18).
De Imex-examens voor vwo A1 en A12 hadden samen vier vragen gemeenschappelijk (zie tabel 19).
A12-leerlingen scoren op alle vragen duidelijk beter dan A1-leerlingen.

Over het geheel was het Imex-A12-examen moeilijker dan het regulier gedeelte. De N-term voor A12 was dit jaar daarom iets hoger dan voor het reguliere examen, namelijk 1,6. Het gemiddelde cijfer was daardoor 6,3 en 28% van de leerlingen behaalde een onvoldoende.

Over de Imex-examens zijn ook vragen gesteld aan de docenten en leerlingen die erbij betrokken waren. De docenten hadden naast waardering ook kritische opmerkingen over de meerwaarde van de computer. Ze merkten op dat de meerwaarde van Excel ook gezocht zou moeten worden in de mogelijkheid dat leerlingen zelf een spreadsheet zouden moeten (helpen) opzetten en gebruiken. Het zelf bedenken en invullen van formules in Excel zal volgens hen pas echt meerwaarde geven. De boodschap is dat de leerling op het examen actiever met spreadsheets moet kunnen omgaan dan tot nu toe het geval was.
De leerlingen vonden doorgaans dat ze goed waren geïnformeerd over de opzet van het Imex-examen. Het merendeel had echter slechts een deel van de voorbeeldopgaven gemaakt. Verder vonden ze de computeropgaven moeilijker dan de gewone opgaven en vonden ze dat het maken van computeropgaven meer tijd kost dan het maken van de gebruikelijke schriftelijke opgaven. Het schrijven van de antwoorden op papier werd niet bezwaarlijk gevonden. Ondanks dit hebben veel leerlingen liever een gewoon schriftelijk examen. Een groot aantal leerlingen vindt dat de opgaven zeker niet uitsluitend op een computerscherm te lezen moeten zijn, maar ook op papier. Het geven van antwoorden op de computer wordt door een grote groep leerlingen evenmin als wenselijk ervaren.
Veel leerlingen vonden dat ook de omstandigheden bij de afname iets verbeterd zou kunnen worden. Alles afwegend, vonden behoorlijk veel leerlingen: 'Voor mij hoeft dit helemaal niet.' Ongeveer de helft vond dat het niet uitmaakte welk soort examen men zou krijgen. Een klein deel van de leerlingen vond een Imex-examen prettiger dan een gewoon examen.

Toekomst voor het Imex-project

De opmerkingen van docenten en leerlingen laten zien dat ze enerzijds wensen dat in de komende jaren de inzet van de computer groter moet worden, anderzijds dat we voorzichtig moeten zijn met het aanbrengen van grote veranderingen in de logistiek van examen doen. Die verruiming van het gebruik van de computer kan gebeuren door meer dan voorheen de mogelijkheden om binnen Excel productief bezig te zijn te benutten. Verder door te bezien of er andere geschikte software is om bij opgaven te gebruiken. Leerlingen moeten dan wel extra oefentijd voor het examen hebben.
Bekeken zal daarom worden hoe de meerwaarde van de computer nog duidelijker vorm kan krijgen, eventueel in andersoortige softwaretoepassingen of in andere soorten vraagstellingen. Deze inhoudelijke veranderingen zullen gebeuren terwijl in de komende jaren het project Imex geleidelijk een grotere omvang zal krijgen. Al vanaf 2004 kunnen veel meer scholen dan voorheen zich opgeven voor examens met computers.
Geheel los van deze uitbreiding van het Imex-project zullen ook de wiskunde-examenprogramma's vernieuwd worden. Beide ontwikkelingen zullen daarbij uiteraard op elkaar afgestemd moeten worden. Over de toekomst van het Imex-examen heeft de minister in het beleidsdocument *Koers VO* het volgende voornemen uitgesproken: '...de examens met ICT die zich hebben bewezen in de experimenteerfase, worden opgenomen in de reguliere examenproductie.'

Over de auteurs

Harm Boertien, Anita de Bruijn, Edward van Kervel, Kees Lagerwaard, Ger Limpens en Melanie Steentjes zijn wiskundemedewerkers en examenmakers van de Citogroep te Arnhem (website: www.citogroep.nl). E-mailadressen: harm.boertien@citogroep.nl, anita.debruijn@citogroep.nl, edward.vankervel@citogroep.nl, kees.lagerwaard@citogroep.nl, ger.limpens@citogroep.nl en melanie.steentjes@citogroep.nl.

TABEL 1 Aantallen kandidaten

VMBO	
GL/TL	41 569
KB	21 515
BB	27 318
totaal	90 402

HAVO	
A12 (ns)	19 242
B1 (ns)	7 631
B12 (ns)	5 766
totaal	32 639

VWO	
A1 (ns)	5 588
A12 (ns)	11 190
B1 (ns)	9 242
B12 (ns)	6 465
totaal	32 485

TABEL 2 Aantallen kandidaten, klachten LAKS, reacties NVvW

examen	kandidaten	klachten LAKS	reacties NVvW
vmbo GL,TL,KB,BB	90402	893	14
havo A12	19242	2809	29
havo B1 en B12	13397	610	14
vwo A1 en A12	16778	3705	37
vwo B1 en B12	15707	2212	16

TABEL 3 Verzamelde N-termen

	VMBO			HAVO			VWO			
	BB	KB	GL/TL	A12	B1	B12	A1	A12	B1	B12
N-term	0,0	0,5	0,5	1,1	0,6	1,1	1,4	1,5	0,8	1,2
gemiddelde	7,0	6,5	6,3	6,2	6,0	6,2	6,4	6,1	6,1	6,5
% onvoldoendes	8%	18%	25%	29%	32%	28%	24%	32%	29%	26%

TABEL 4 VMBO-BB vanaf 2003

jaar	N-term	gemiddelde	percentage onvoldoendes
2004	0,0	7,0	8%
2003	0,5	6,8	19%

TABEL 5 VMBO-BB

opgave	Het weer in 2001					Breedbeeld-televisie			Vakantie						Amstel Gold Race					Top 40				
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
max.score	1	3	3	4	2	2	2	4	3	3	3	3	2	2	3	2	3	3	3	2	2	3	4	4
p'-waarde	95	94	71	92	77	90	98	72	96	96	54	91	75	84	78	72	73	70	22	90	87	47	73	89

TABEL 6 VMBO-GL/TL en overlap KB

opgave	Achtvlak-dobbelstenen					Reis vanuit Londen					Appelland				Hartslag-frequentie				Geluid van windmolens					Reünie			totaal
vraagnr. GL/TL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
max.score	3	3	4	4	5	2	4	4	5	4	3	4	4	4	2	3	3	4	3	2	3	3	3	4	3	5	91
p'-waarde	92	93	31	15	34	88	78	70	76	59	97	85	58	46	98	90	52	56	82	28	81	81	44	55	88	54	64,5
overlap KB																											
vraagnr. KB						10	11	12	13		14	15	16	17	1	2								22	23		
p'-waarde						83	67	57	69		94	62	35	24	98	85								50	89		

TABEL 7 VMBO-KB

opgave	Hartslag-frequentie				Dobbelstenen					Reis vanuit Londen				Appelland				Wintertennis				Reünie			totaal
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
max.score	2	3	2	5	2	3	2	4	4	2	4	4	5	3	4	4	4	2	4	3	3	4	3	5	81
p'-waarde	98	85	66	64	97	97	58	92	7	83	67	57	69	94	62	35	24	98	92	66	65	50	89	53	66,2

TABEL 8 VMBO-GK/TL en KB vanaf 2000

jaar	N-term	gemiddelde	onvoldoendes (in %)	correctie ivm. fouten	N-term	gemiddelde	onvoldoendes (in %)	correctie ivm. fouten
	VMBO GL/TL				VMBO KB			
2004	0,5	6,3	25		0,5	6,5	18	
2003	1,1	6,3	25	0,2	1,5	6,1	30	
	VBO/MAVO-D-examen				VBO/MAVO-C-examen			
2002	1,1	6	33		1,1	5,8	37	
2001	1,4	6,1	33		1,4	5,9	36	
2000	1	6,8	12		1	6,4	23	

TABEL 9 HAVO-A12

opgave	Vermogens			Balpennen				Franse bank				Goudvissen				Rozen			Meerkeuze-toets		
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	3	4	5	6	3	4	3	5	5	3	5	3	3	4	3	5	4	4	3	4	4
p'-waarde	64	71	58	68	73	53	27	47	52	48	19	87	44	38	59	70	61	64	65	59	75

TABEL 10 HAVO-B1

opgave	Kogelstoten				Geluids-snelheid			Afrikaans spelletje				Raken		Zeehonden				Amerikaanse presidents-verkiezingen			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	3	3	4	4	3	3	4	3	4	5	4	6	4	4	3	3	3	4	4	5	5
p'-waarde	94	79	84	67	90	56	41	79	85	75	37	52	18	55	44	67	73	66	45	56	31

TABEL 11 HAVO-B12

opgave	Kogelstoten				Trein			Koffiefilter				Zeehonden			Logaritmische functies				Vaas		
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	3	3	4	4	4	3	3	4	5	4	6	3	3	3	3	2	5	6	4	6	4
p'-waarde	96	82	88	75	93	28	57	82	56	62	31	56	75	59	57	51	26	32	53	50	29

TABEL 12 VWO-A1

opgave	Bevolkings-groei				Examenresultaten					Kleine ondernemers				Vierkeuzevragen					Koers-Sprint		
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	4	5	3	4	3	5	5	3	5	5	4	3	4	3	3	4	3	7	3	3	4
p'-waarde	83	67	54	47	66	55	58	60	39	90	33	58	19	76	48	87	49	28	84	57	30

TABEL 13 VWO-A12

opgave	Examenresul-taten				Autobanden				Bevolkings-groei				Orkanen				Vierkeuzevragen				
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
max.score	3	5	5	6	3	3	5	5	4	4	3	4	4	4	4	4	3	4	3	7	4
p'-waarde	71	60	67	14	76	87	23	47	72	75	60	18	57	70	40	22	63	89	59	35	19

TABEL 14 Overlap VWO-A1 en VWO-A12

opgaven in overlap	Examenresultaten			Vierkeuzevragen			
vraagnr. A1	5	6	7	15	16	17	18
max.score	3	5	5	3	4	3	7
p'-waarde	66	55	58	48	87	49	28
vraagnr. A12	1	2	3	17	18	19	20
max.score	3	5	5	3	4	3	7
p'-waarde	71	60	67	63	89	59	35

TABEL 15 VWO-B1

opgave	Machten			Grondprijs				Krasloten			Een verzameling functies				Munten			Oog	
vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max. score	4	5	3	4	5	5	4	4	5	6	6	4	3	7	3	4	5	5	4
p'-waarde	91	92	52	91	91	21	49	71	78	38	51	54	52	55	91	47	6	74	35

TABEL 16 VWO-B12

opgave	Machten		Krasloten			Een verzameling functies			Cirkel		Grondprijs			Ingesloten			Ellipsen	
vraag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
max. score	5	3	4	5	6	4	3	7	5	7	4	5	4	5	5	5	5	4
p'-waarde	92	75	83	87	48	73	68	73	49	37	92	31	56	62	35	29	44	48

TABEL 17 VWO-A1 IMEX

opgave	Bevolkings-groei			Examen-resultaten					Vierkeuzevragen					KoersSprint										
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
max.score	4	5	3	3	5	5	3	5	3	3	4	3	7	3	3	3	3	3	3	3	6	2	2	3
p'-imex	85	64	55	65	62	51	55	39	78	44	86	46	23	35	90	68	30	66	50	73	59	83	80	7
p'-regulier	83	67	54	66	55	58	60	39	76	48	87	49	28											

TABEL 18 VWO-A12 IMEX

opgave	Examen-resultaten				Autobanden				Vierkeuzevragen					KoersSprint								
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
max.score	3	5	5	6	3	3	5	5	3	4	3	7	4	3	3	3	5	4	3	3	8	2
p'-imex	66	68	73	11	76	88	28	49	72	92	66	39	17	57	54	74	42	56	77	59	39	32
p'-regulier	71	60	67	14	76	87	23	47	63	89	59	35	19									

TABEL 19 Overlap VWO-A1 IMEX en VWO-A12 IMEX

opgaven in overlap	KoersSprint			
vraagnr. A1	14	16	18	19
max.score	3	3	3	3
p'-waarde	35	68	66	50
vraagnr. A12	14	16	19	20
max.score	3	3	3	3
p'-waarde	57	74	77	59

3. Het K.B. van 28 augustus 1952, dat voor het eerst in de 20e eeuw bindende voorschriften bevatte inzake de pedagogisch-didactische scholing van de leraar, kwam niet onverwachts. Reeds 125 jaar eerder waren vrijwel dezelfde voorschriften reeds in een K.B. geïncorporeerd.

Achter het koninklijke besluit van 1827 en de ministriële beschikking van 1828 stond de figuur van de administrateur Mr. van Ewijck, die in een rapport over deze materie het volgende constateerde:

> „Onze kwekelingen der hoge scholen bestemd voor de leerstoelen der gymnasiën mogen, wanneer ze de academie verlaten, uitmuntende filologen of mathematici zijn, het ontbreekt hen echter doorgaans aan de vereiste kennis van het kinderlijk hart, aan de nodige bedrevenheid om het karakter der jeugd te vormen, om natuurlijk, eenvoudig, bevattelijk hunne kundigheden aan kinderen mede te delen, derzelver leerlust op te wekken en gaande te houden."

Het lijkt me toe dat deze diagnose over de eigenschappen die de jonge leraar mist, voor het heden onverminderd van kracht blijft. De positieve waardering over de wiskundige vakkennis van de afgestudeerden van weleer lijkt u misschien iet of wat geflatteerd, het is m.i. niet de bedoeling geweest van Van Ewijck de aanwezigheid van een hoog niveau te constateren.

Hoe hoog de vakkennis ook geweest moge zijn, toen en nu, een essentieel element heeft er steeds aan ontbroken, n.l. een wetenschappelijke behandeling van de problemen van de schoolwiskunde, ondanks de steeds herhaalde pogingen van Felix Klein om belangstelling te wekken voor de „Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus". Tot voor kort moest de jonge leraar bijna alles wat voor de school van betekenis was, zich autodidactisch eigen maken.

Tot voor kort: het K.B. van 1952 veranderde de situatie. Ze betekende een schuchter pogen om ook in Nederland van de eigenlijke leraarsopleiding althans iets te maken.

Uiteraard niet tot ieders tevredenheid.

De Rector Magnificus van de Leidse Universiteit, Prof. den Boer, noemde het onlangs in een vraaggesprek met het Vaderland „merkwaardig" dat men vrijwel altijd spreekt over te weinig praktische vorming van de leraren, terwijl dit nooit wordt gedaan bij andere studierichtingen.

Gedeelte uit een uitvoerige beschouwing door dr. Joh.H. Wansink over de opleiding tot leraar anno 1963, in Euclides 40 (1964-1965), blz. 1-21.

De rubriek '40 jaar geleden' wordt verzorgd door Martinus van Hoorn (e-mailadres: mc.vanhoorn@wxs.nl), voormalig hoofdredacteur van Euclides (1987-1996).

HAVO-A12, 2004

Een bespreking van het Centraal Examen

[Klaske Blom en Wim Laaper]

Inleiding

Had u ook zo'n groep leerlingen die u aan hun haren bij de les moest slepen? EM-ers die dit profiel niet gekozen hebben omdat ze zo graag iets economisch doen en dus ook enige investering willen plegen in aanverwante zaken, maar omdat het profiel Economie & Maatschappij overbleef en wiskunde daarbij een niet te vermijden kwaad was. Formules veroorzaakten twijfel en onzekerheid, en riepen daardoor aversie op. Leerlingen worstelden zich door hun weerzin heen: winstformules maken, dan ook nog de maximale winst bepalen met behulp van differentiëren..., terwijl je ook gewoon in je GRM de optie 'maximum' kunt gebruiken.

Uiteraard ligt de stof die je als docent in je lessen behandelt, vast door de eindtermen, maar de manier waarop je je vak aanbiedt is vrij. Welke aanpak kiezen we dan? Hoe algebraïsch is onze insteek? Hangt de aanpak af van het onderdeel? Van het profiel? Hoe dan en wie doet wat? Deze vragen lijken vaak onderwerp van gesprek te zijn tijdens workshops en koffiepauzes op studiedagen. En gelukkig convergeren de gesprekken (nog) niet naar een eenduidig antwoord; dat houdt ons in beweging.

Misschien heeft u in uw lessen ook op twee paarden gewed: enerzijds aandacht besteden aan het ontwikkelen van algebraïsche vaardigheden (per slot van rekening kunnen wij wiskundedocenten niet zonder), anderzijds leerlingen laten oefenen op het kundig en handig inzetten van de GRM, de grafische rekenmachine. Hoe effectief of verwarrend is dit geweest? Hoe eigen hebben leerlingen zich beide vaardigheden kunnen en willen maken? Kijkt u na het examen met tevredenheid terug op uw aanpak, of besluit u, reflecterend, tot veranderingen wat betreft de koers in een volgend jaar?

Wij beperken ons in de onderstaande bespreking van de verschillende examenvragen vooral tot de manier waarop leerlingen hun GRM konden inzetten om tot goede resultaten te komen.

Zelf hebben we onze wat zwakkere leerlingen, tijdens de examentraining in de laatste weken, veelvuldig laten oefenen met de GRM-technieken, in de hoop dat hun zelfvertrouwen erdoor zou groeien. Per slot van rekening leerde een analyse van oude examens dat er zelden een zuiver algebraïsche aanpak gevraagd wordt. De vraag of dit wijsheid was, kan nu voor een deel beantwoord worden. Daarnaast gaan we in op de relevantie van de diverse contexten omdat dat in onze ogen een belangrijk thema in dit examen was.

Opgave 1 - Vermogens van huishoudens

Qua context is dit een heel aardige opgave (zie fig. 1 op pag. 024). Het heeft, sociaal-economisch en maatschappelijk gezien, zeker relevantie om naar aanleiding van een krantenartikel conclusies trekken over de vermogenspositie van verschillende leeftijdsgroepen Nederlanders. Helaas is de context bij deze opgave belemmerend voor het oplossen van het probleem. De omschrijvingen langs de verticale assen stichtten verwarring onder de leerlingen. In een reactie van Eduard van IJzendoorn op de verenigingssite lezen we: 'Onder vermogen wordt verstaan: bezittingen min schulden, dat is zo in de economie, voor de belasting, volgens het woordenboek enzovoorts. Praat je over vermogen dan is de schuld er dus al af. Het "aantal huishoudens met schuld" moet dus worden opgevat als een deel van "het aantal huishoudens". Het barst in Nederland van de huishoudens met een flink vermogen en tegelijkertijd flinke schulden. Bij de legenda van figuur 1 [*van de opgave*] is de tekst rechtsonder, "vermogensklasse in guldens, negatief (= schuld)", dus vreemd en foutief. ...'

Bij de verticale assen had dus moeten staan 'positief vermogen' respectievelijk 'negatief vermogen' met verdere consequenties in de formulering van het vraagstuk.

Het gebruik van de GRM bij deze opgave beperkt zich tot het rekenscherm. Een enkele leerling vindt het handig om bij vraag 3, waar een gemiddelde berekend moet worden, de lijstjes 'vermogens' en 'frequenties' in te voeren op de GRM en de machine het gemiddelde te laten uitrekenen. De meeste leerlingen rekenen het 'gewoon' uit zonder specifiek GRM-gebruik.

Opgave 2 - Balpennen

Een economische opgave waarbij leerlingen stapsgewijs geleid worden naar de vraag of het verstandig is dat de bedrijfsleider van een schrijfwarenfabriek de productie opvoert. Er wordt van leerlingen verwacht dat ze hun uiteindelijke antwoord geven met behulp van de afgeleide van de winstfunctie, nadat ze eerst ook op hun GRM de opbrengst-, kosten- en winstfuncties grafisch verkend hebben. Een opgave dus, waarin zowel algebraïsche als GRM-technieken aan bod komen.

Leerlingen hebben geen moeite met het plotten van de grafieken en geven correct de ingevoerde formules:
Y1=0.79X-0.00000113X^2 en Y2=11600+17.9X^0.68

Een tabel is eenvoudig van de GRM over te nemen. Maar het gebeurde lang niet altijd. Moet nu volgens de normen bij 'teken de grafiek' een tabel worden geleverd of niet?

En ook al staat er een tabel op papier, dan is de grafiek nog niet getekend. Het blijkt voor nogal wat leerlingen toch een probleem te zijn om de punten uit de tabel op een juiste manier tot een grafiek te verwerken. Dat kost punten. Op de q-as aangeven bij welke aantallen balpennen er winst (bedoeld wordt positieve winst) wordt gemaakt levert voor de helft van de leerlingen onoverkomelijke problemen op. Ze geven wel op de as aan waar de winst nul is en dan houdt het op helaas.
In vraag 5 zijn *TO* en *TK* vervolgens met Trace en intypen x = 100000 en wat springen met de cursor van de ene grafiek naar de andere zo van het scherm af te lezen. Bij x = 200000 op dezelfde wijze. Met de gegeven vermelding dat $W = TO - TK$ kan de winststijging op het rekenscherm worden berekend.
In vraag 6 vinden de examenmakers het nodig om de formule van de afgeleide $\frac{dW}{dq}$ te vragen.
Heel erg vreemd, want deze formule wordt vervolgens nergens meer voor gebruikt. Als je bij het oplossen van een contextprobleem een afgeleide functie nodig hebt, is er niets op tegen die ook te bepalen. Maar in de opgave zoals die hier geformuleerd is, is het bepalen van de afgeleide functie zinloos, het is een doel op zich geworden. Als het doel van de examenmakers is te toetsen of de kandidaat een formule van de afgeleide kan opstellen, kun je misschien beter een zuivere theorievraag stellen.
Ook vraag 7 is eigenlijk in deze context een vreemde vraag: als je wilt weten of het winsttechnisch zinvol is om de productie te verhogen van 200000 tot 240000 balpennen, kun je toch gemakkelijk met Trace in de winstgrafiek een en ander uitzoeken. Die productieleider kijkt waarschijnlijk helemaal niet naar de verandering van $\frac{dW}{dq}$.
Ook hier is het doel van de examenmakers niet de leerlingen te vragen het probleem in de context op te lossen. Veeleer willen ze het inzicht in de betekenis van de afgeleide toetsen. Voor het oplossen van het probleem van de winstverhoging ligt deze benadering hier helemaal niet voor de hand. De theorie moet blijkbaar getoetst worden en er is een context bij gezocht. Het zou eerder andersom moeten zijn: een contextprobleem doet zich voor, vervolgens worden door leerlingen, ook in toetssituaties, (wiskundige) technieken gezocht om dat probleem op te lossen.

Opgave 3 - Franse Bank

Deze opgave bevat geen specifiek GRM-gebruik en wordt daarom hier niet besproken.

Opgave 4 - Goudvissen

Bij deze opgave scoren leerlingen goed (zie figuur 4 op pagina 011). Toch zit er een aantal opvallende zaken in deze opgave.
Waar gaat het over?
Een goudvis in een kleine vissenkom blijft kleiner dan een goudvis die in een grote vissenkom leeft. De grootste lengte L die een goudvis in een kom kan bereiken, hangt af van de hoeveelheid water in de kom. Het verband wordt beschreven met de formule: $L = 2{,}6 \cdot V^{0{,}47}$
Hiermee lijkt de grootste lengte van de vis af te hangen van de hoeveelheid water in de vissenkom en niet van de grootte van de vissenkom. Een vis in een kleine vissenkom met veel water kan dus langer worden dan in een grote kom met weinig water (zie de tabel 4 in de figuur op pag. 011).
Maar wat een rare, wereldvreemde context. Wie interesseert dat nou? Lengte van goudvissen in een kom? Havo-A12-leerlingen zeker niet, maar wie wel? We kunnen ons voorstellen dat, als je vissen kweekt voor bijvoorbeeld consumptie, de hoeveelheid water die de vis nodig heeft om een grootste lengte te bereiken, relevant wordt. Hoeveel kweekvijvers met hoeveel water heb je nodig om een bepaalde productie met een zekere lengtekwaliteit te bereiken? In deze sfeer wordt de context wel relevant.
De relevantie van vraag 12 is dus discutabel omdat de context discutabel is. De meeste examenkandidaten hebben deze vraag braaf beantwoord, gebruik makend van het rekenscherm van de GRM. Vraag 13 zit in dezelfde sfeer. Waar zijn we mee bezig? En maar kijken hoe vol de vissenkom is en hoe lang de vis kan worden. Of die zijn maximale lengte werkelijk bereikt hangt natuurlijk ook nog af of je hem wel regelmatig voert, maar het zit er wel in.
In vraag 14 wordt het helemaal te bar. Welk kunststukje moeten de leerlingen daar uitvoeren? Op een gedeelte van de gegeven tabel moeten zij een lineair verband tussen het volume V en de straal r opstellen. Wat is het doel van zo'n vraag? De probleemstelling geeft een vreemde indruk, niet relevant zelfs in deze context. Verder moet er sprake zijn van een *bij benadering* lineair verband. Een enkele leerling gaat dat verband dan ook terecht benaderen met lineaire regressie met de GRM. Het vermoeden rijst dat de examenmakers hier willen toetsen of de kandidaat op basis van een tabel de formule van een rechte lijn kan opstellen. Context kan dienen als voertuig om wiskundetheorie te ontwikkelen of als beschrijving van een toepassing van wiskundetheorie. Bij ontwikkelen van theorie moet de context concreet houvast geven aan de leerling, de wiskunde moet grijpbaar blijven. Als de leerling zich een concrete voorstelling kan maken van een context, is dat voldoende om theorie te ontwikkelen. Bij een toepassing ligt het wel even anders. De relevantie van de context zelf in bredere zin gaat veel meer een rol spelen en ook de vragen die gesteld worden.

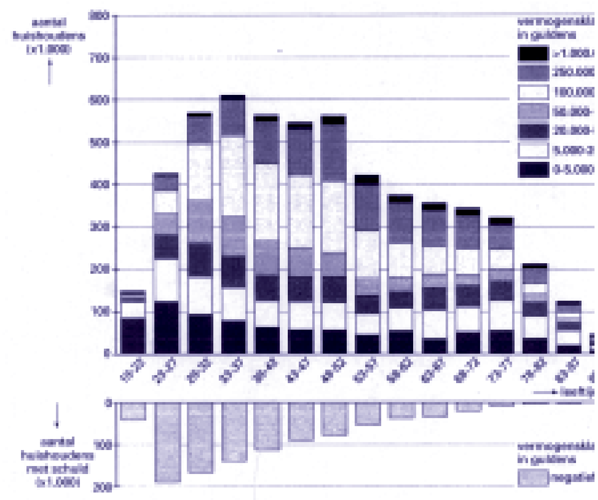
Opgave 5 - Rozen in de kas

Een economische, bedrijfsmatige opgave waarbij de context (over de aandeelpercentages die verschillende bloemsoorten innemen in een kas) uitstekend past in het profiel EM (zie figuur 2).
De vragen zijn zeker niet te moeilijk. Vraag 18 is een som over een normale verdeling waarbij de meeste leerlingen gelukkig hun oplossing de rekenmachine in schrijven en de Φ en de z uit het boek links laten liggen; met het menu DISTR wordt het gevraagd percentage:
100 * normalcdf(100,10^5,74,12) = 1.5

Vermogens van huishoudens

Onderstaand diagram stond in mei 2001 in de Volkskrant. Het geeft informatie over hoeveel vermogen of schuld huishoudens in Nederland hebben, uitgesplitst naar de leeftijd van de hoofdkostwinner in een huishouden.
Volgens figuur 1 zijn er in bijna alle leeftijdsgroepen huishoudens met een schuld.

figuur 1 Aantal huishoudens, gerangschikt naar leeftijd van de hoofdkostwinner en vermogensklasse



In de leeftijdsgroep 23-27 is het aantal huishoudens met een schuld het grootst.

3p **1** ☐ Hoeveel procent van de huishoudens in de leeftijdsgroep van 23-27 heeft een schuld? Licht je antwoord toe en rond af op een geheel getal.

We willen weten hoeveel procent van de huishoudens in de leeftijdsgroep 33-37 een vermogen heeft tussen 100 000 en 250 000 gulden.

4p **2** ☐ Bereken dit percentage. Rond je antwoord af op een geheel getal.

FIGUUR 1

Er had nog wel een poging van de rozenkweker bij gekund om het aantal rozen met een lengte van meer dan 1 meter op te schroeven tot 2%. Op welke gemiddelde lengte moet hij zijn rozen zien te krijgen er van uitgaande dat de standaardafwijking hetzelfde blijft? Toch een iets moeilijker vraag waarmee de wat betere leerlingen ook bedacht zouden zijn.

Opgave 6 - Vierkeuzetoetsen

Een beetje schoolse, saaie context -moet wel kunnen maar is niet echt uitdagend- met een redelijke score, zeker voor een laatste opgave (zie figuur 3).
Bij vraag 19, over het berekenen van een toetscijfer op een voorgeschreven wijze, liep het helaas bij veel leerlingen spaak en dit terwijl toch in de klas heel vaak het cijfer van proefwerken volgens ditzelfde voorschrift berekend wordt; toch maar uitvoeriger gaan bespreken in het vervolg.
In vraag 20 duikt ineens de binomiale verdeling op. Die zat toch in de 'ijskast'? Meer dan de helft van de leerlingen (landelijk: $p' = 59$) doet het toch goed, voelt aan hoe het in elkaar zit. Maar hoe zit het met de overige leerlingen? Vraag 21 kan weer goed met de formule-editor van de GRM, grafieken plotten en CALC-Intersect, aangepakt worden, en dat hebben ook de meeste leerlingen gedaan.

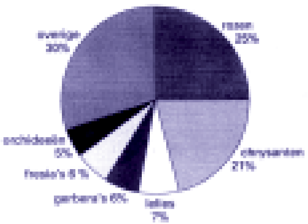
Conclusies

Leerlingen hebben de rekenfunctie van hun GRM veelvuldig kunnen en moeten gebruiken. Bij enkele opgaven konden ze de specifieke programma's gebruiken, zoals die voor het opstellen van formules bij een lineair verband, het bepalen van een kansprobleem bij een normaal verdeelde stochast en het berekenen van een gemiddelde. Ook het grafische karakter van de machine werd rechtstreeks benut bij opgaven over het plotten en aflezen van grafieken. Daarnaast hebben leerlingen hier en daar grafische oplossingsmethodes kunnen kiezen als de aanpak vrij was, zoals bijvoorbeeld bij vraag 21. Dit laatste is een extra verworvenheid van de GRM en biedt daarmee aan algebraïsch zwakke leerlingen een voordeel dat vorige generaties niet bezaten.
In dit examen was 29% van de punten te behalen met specifieke grafische technieken of programma's van de GRM. Dit is een aanzienlijk aandeel, en het loont dus zeker de moeite voor leerlingen om kundig te kunnen werken met dit gereedschap. De rol van een GRM als ondersteunend instrument voor verdere verdieping van de wiskundige problemen lijkt echter nog onderbelicht. (Zie de slotopmerkingen voor een toelichting.)
Over de contexten is al veel opgemerkt. Samenvattend kunnen we zeggen dat er te veel afleidende en daardoor irrelevante contexten in dit examen zaten. Soms trad er ruis op, ondanks een relevante context, door onduidelijke of onjuiste formuleringen zoals in de opgave 'Vermogens van huishoudens'.
Tenslotte zat er een vraag in het examen over stof die in de ijskast zit; dat had niet gemogen. En de wat moeilijker vragen voor de betere leerlingen zijn er nauwelijks in dit examen te vinden.

Rozen in de kas

Veel bloemen worden in kassen gekweekt.
In het jaar 2000 werd er ongeveer 3850 hectare (ha) kasgrond voor bloemen gebruikt.
Hiervan werd 25% gebruikt voor rozen.
Die 25% noemen wij het *aandeelpercentage* van de rozen. Zie figuur 4.

figuur 4 Snijbloemen in kassen in het jaar 2000



De totale oppervlakte aan kasgrond voor bloemen was in het jaar 2000 groter dan in het jaar 1999. De totale oppervlakte nam met 2,7% toe tot 3850 ha in het jaar 2000.
In deze periode nam de oppervlakte aan kasgrond voor rozen met slechts 10 ha toe.

5p **16** ☐ Bereken het aandeelpercentage van de rozen in 1999. Rond je antwoord af op één decimaal.

FIGUUR 2

Vierkeuzetoetsen

Deze opgave gaat over het geven van cijfers voor toetsen die alleen uit vierkeuzevragen bestaan.
Er zijn verschillende manieren om het aantal goed beantwoorde vragen om te zetten in een cijfer.

Eerste manier
Bij een toets die uit 40 vierkeuzevragen bestaat, wordt het cijfer als volgt bepaald:

- je krijgt een 1 als je geen enkele vraag goed hebt;
- je krijgt een 10 als je alle vragen goed hebt;
- het deel van de negen punten bovenop die 1 is evenredig met het aantal goed beantwoorde vragen.

3p **19** ☐ Bereken voor deze manier het cijfer als je 60% van de vragen goed beantwoord hebt. Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.

FIGUUR 3

Slotopmerkingen

Na dit nogal saaie en rekentechnische examen richten wij ons (na de vakantie) weer vol nieuwe moed op de toekomst. In goed modern onderwijsjargon zouden we ons de volgende vraag kunnen stellen: 'Welke leerpunten nemen we, na de evaluatie van dit centraal eindexamen, mee in de begeleiding van onze volgende lichting EM-ers?'

We zouden leerlingen moeten voorbereiden op uitgebreide talige contexten waarin ze met hun gezond verstand een heel eind komen - doordat we in het SE vooral deelgebieden hebben getoetst op een vaak hoger en abstracter niveau dan de vragen op het CE, lijken leerlingen soms de voor de hand liggende aanwijzingen in een context te missen en zoeken ze te veel naar te ingewikkelde zaken. Vooral een tijdige kennismaking met het type opgaven op het CE lijkt raadzaam.

De GRM komt vooral aan bod bij rekentechnische problemen en bij vraagstukken waar specifieke GRM-programma's uitkomst bieden. Dit pleit voor een vroegtijdig aanleren van effectief gebruik van de mogelijkheden van het apparaat, ook voor die leerlingen die het liever zonder doen (...ze zijn er nog steeds!). In een aantal gevallen biedt de GRM een grafische oplossingsmethode voor een niet specifiek grafisch probleem. Leerlingen die dit zien, zijn in het voordeel, en daarom lijkt speciale aandacht hiervoor op zijn plaats.

Wat te doen met de mogelijkheid om, dankzij het bestaan van de GRM, vanuit verschillende invalshoeken naar eenzelfde probleem te kijken? De GRM biedt bij uitstek de mogelijkheid om vanuit een grafisch perspectief een probleem te bekijken wat ook algebraïsch opgelost kan worden. Zou het niet mooi geweest zijn als na vraag 7, waar leerlingen met behulp van de afgeleide moesten concluderen dat het wel degelijk zinvol is om de productie op te voeren, een terugkoppeling naar de grafiek zou hebben plaatsgevonden? Vragen naar het verband tussen de vorm van een grafiek en de betekenis van de afgeleide van diezelfde grafiek? Wat is het karakter van de stijging en welke betekenisvolle informatie geeft een dergelijke grafiek aan de productieleider? Op het CE lijkt deze vaardigheid niet aan bod te komen, in de klas biedt het een prachtgelegenheid om met elkaar van gedachten te wisselen over de stof. Ook voor de EM-ers? Juist voor de EM-ers? Voor iedereen, in welk profiel dan ook? Of niet doen omdat het toch niet getoetst wordt? Wat vindt u?

Rest ons nog terug te komen op 'de twee wedpaarden' uit de inleiding. Als leerlingen zich zowel de algebraïsche als de GRM-aanpak eigen moeten maken, blijkt dit soms verwarrend, meestal effectief, maar bovenal wenselijk vanwege de extra mogelijkheden die de twee verschillende werkwijzen samen bieden. We wisten toch al dat het geheel meer is dan de som der delen?!

Over de auteurs

Klaske Blom is docente aan het Meridiaan College, vestiging 't Hooghe Landt, in Amersfoort. Wim Laaper is docent aan het Koning Willem II College in Tilburg. Beiden zijn redactielid van Euclides. Hun e-mail-adressen zijn: kablom@tiscali.nl en wlaaper@iaehv.nl.

VERSLAG NVVW-EXAMENBESPREKINGEN 2004

[Jan de Geus]

Inleiding

De Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren heeft ook dit jaar door middel van centrale en regionale besprekingen voor de vmbo-, havo- en vwo-examens wiskundedocenten de mogelijkheid geboden op ongedwongen wijze ervaringen en meningen te wisselen over het Centraal Schriftelijk Eindexamen. De gedaalde belangstelling voor deze bijeenkomsten ten spijt, onomstotelijk blijft het feit dat ze uiterst nuttig blijken. De CEVO, bij de centrale voorbesprekingen prominent vertegenwoordigd, luistert zorgvuldig naar de opmerkingen die worden gemaakt en trekt daar zijn consequenties uit.
Een opmerking die door alle examens heen werd gemaakt, is dat noch op het werk van een kandidaat, noch in het proces-verbaal is te zien of die kandidaat met 'grootschrift' heeft gewerkt. Diverse examens namelijk kenden een normbijstelling voor grootschriftgebruikers, veroorzaakt door foutjes van diverse aard. Het verdient daarom aanbeveling om zulks standaard te doen vermelden op cijferlijst en/of proces-verbaal.

Dit jaar werden er geen examenbesprekingen voor vmbo-BB georganiseerd; vorig jaar kwam er in Utrecht voor die bespreking namelijk geen enkele docent opdagen. De bijeenkomsten voor vmbo-KB en vmbo-GL/TL telden 5 respectievelijk 55 belangstellenden. (KB = Kader-Beroepsgericht, GL = Gemengde Leerweg, TL = Theoretische Leerweg.) De vergaderingen van havo-A12 trokken 68 wiskundigen, die van havo-B1/B12 een 60-tal, vwo-A1 kon 78 mathematici boeien, vwo-A12 een 53-tal, de vwo-B1 bijeenkomsten brachten 86 en vwo-B12 49 personen op de been.
De enquêteresultaten zijn te vinden op de NVvW-website (*www.nvvw.nl/euc801tabel.html*).
De aanvullingen op het bindende correctievoorschrift (verder afgekort als CV) werden kort na elke regionale bespreking op de verenigingssite geplaatst, velen tot extra duidelijkheid strekkend.
Bij veel besprekingen zijn verslagen gemaakt. Deze zijn aan de CEVO gezonden met het verzoek de daarin gemaakte opmerkingen onder andere te doen gebruiken bij het opstellen van toekomstige examens. Bij het vaststellen van de cesuur heeft de CEVO gemaakte opmerkingen laten meewegen.
Daarna zijn de verslagen naar ondergetekende doorgezonden. Het nu volgende is een naar ik hoop leesbare en representatieve samenvatting. Hierboven is al aangegeven waarom vmbo-BB en vmbo-KB in die samenvatting ontbreken.

Vmbo-GL/TL

Er was vrijwel unanimiteit over het niveau: laag. Er is te weinig diepgang, ook zonder leren lukt het wel, eenvoudige zaken krijgen overdreven veel punten (Zeist). 'Geen beloning voor hard werken' en 'Cursisten die een heel jaar niets hadden gedaan maar wel een behoorlijk verstand hebben, scoorden heel hoog', citeer ik. In Zwolle krijgt de politiek ervan langs: 'De aansluiting vmbo-havo wordt onmogelijk gemaakt', en: 'Je kunt niet meer zakken.' Ook vond iemand dat de kandidaten met zo'n examen wel het gevoel móesten krijgen niet voor vol aangezien te worden. Brede aanhang was er voor de mening dat het onderdeel informatieverwerking en statistiek beduidend eenvoudiger is dan meetkunde. Het jaarlijks wisselen van die twee onderdelen in het CSE vond men dan ook geen evenwichtig beleid. Men beoordeelde het CV over het algemeen positief: in Rotterdam en Burgum vond men het oneerlijk dat 'breien' zwaar werd afgestraft, terwijl dat, zo zei men daar, noch bij havo, noch bij vmbo-KB werd gedaan. Ik heb daar echter in het CV geen aanwijzingen voor gevonden.
De startopgave vond men niet je dàt. Menige wiskundemethode blijkt het niet zo op verwachtingen te hebben. Met name in Zwolle vond men het jammer dat er heel vaak naar al in de tekst vermelde antwoorden kon worden toegewerkt. Dat gebeurde dan ook veelvuldig, met hele rare redeneringen als gevolg. 'Het mocht niet misgaan', las ik ergens. Een oplettend docent uit Zeist zag in de tweede regel van vraag 5 een (storende?) fout: daar moest 'steen' staan in plaats van 'stenen'.
De tweede opgave, over reizen, vond men lastig nakijken vanwege de vele onnauwkeurige notaties die de kandidaten gebruikten: 3,5 uur is 210 minuten, maar als je dan 6,15 opschrijft waar je 6,25 bedoelt… Kortom,

het 60-tallig stelsel maakte weer enkele slachtoffers. Nagenoeg iedereen vond dat 1 uur tijd gelijk was aan 60 minuten, maar als het CV een antwoord in minuten vereist, is 1 uur gewoon fout. 'Gemuggenzift', sprak iemand uit Borculo, en een Rotterdammer voegde daaraan toe dat een antwoord als '55 minuten' veel leed had voorkomen. Natuurlijk hadden de tijden in de opgave dan aangepast moeten worden. Geen probleem, want in vraag 9 was sprake van een (Engelse) vertraging van maar liefst 45 minuten. Overigens, is Roosendaal-Londen precies 500 km? Niet 493?
De appelenopgave begon wel èrg eenvoudig, oordeelde men. Zeker gezien het drietal punten dat men kon verdienen met een brugklasvraag. Het op allerlei plekken niet hoeven te vermelden van de dimensie (uren, minuten, kilo's, hectometers, etc) wekt enige irritatie bij sommige docenten (Burgum, Rotterdam). Maar op de vraag 'Hoeveel kilo...' moeten antwoorden '6,4 kilo' lijkt mij meer een kwestie van beleefdheid dan van wiskunde. Dat zulks in menig schoolexamen ijverig wordt afgestraft, is daarom nog niet verkeerd natuurlijk. Enige wellevendheid mag best!
Het cirkeldiagram bevatte zowaar toch nog enige meetkunde. Eén graad mocht men afwijken. Dat kostte menig punt. Men vergiste zich trouwens nogal eens in het jaartal. Raar dat er in geen van de vragen naar een relatie daartussen werd gevraagd. Het jaar 1999 diende in de stam min of meer als voorbeeld en dus mag worden verondersteld dat goed lezen hier een verborgen doelstelling was.
Na Appelland werd naar de hartslag van de Nederlander gekeken. Vraag 15 was beledigend. Niet zozeer het antwoord, 191, maar veeleer de geëiste motivering (220 – 29).
In de opgave over windmolens gingen de docentenharten open: 'Dit is wiskunde!' Helaas lezen niet alleen veel kandidaten de zin 'Laat zien dat het geluidsniveau op die afstand afgerond 31 dB is' onnauwkeurig. Ze verzuimden het tussenantwoord 30,8 (of 30,84) te geven en liepen daardoor terecht een punt mis. Enkele Groningse docenten hadden daar moeite mee, ten onrechte. Het begrip 'in tientallen meters' leidde tot onbegrip. Men had graag wat meer puntjes zien toegekend voor de vragen 22 en 23.
De slotopgave ging over een graaf, waarbij 'reünie' het centrale woord was. Het verplicht zetten van een dikke stip bij vraag 24 vond iemand onzin: 'Dat deed de CEVO in 1998 ook niet in een opgave over vissen in het IJsselmeer.' Trouwens, de graaf is ook zonder extra snijpunt te tekenen, dus wie een punt aftrok voor het louter ontbreken van dikke stippen is een letterknecht. (De plaatsnamen moeten er natuurlijk wel bij staan.)
In alle vergaderplaatsen uitte men zijn verbazing over de tweede variant in het CV van vraag 26. 'Fout!', kraaide een deelnemer uit Zeist, 'want daar wordt niet gewogen.' Een beetje gelijk heeft hij wel, want alleen omdat Schijndel in *alle* gevallen de kortste afstand oplevert, afgezien van thuisblijven, wint Schijndel. Deze oplossingsstrategie is daarom nogal gezocht. Bovendien ligt verwarring met (foute) oplossingen die geen rekening hielden met de diverse gewichten (3 auto's uit Zwolle, 1 uit Schijndel) op de loer.

Havo-A12

Lof zwaaide men toe aan de opsteller(s) van het CV. 'De vergadering verliep vlot', zo begint het Groningse verslag. En het vooroordeel zegt nu net dat Groningers kort van stof zijn! 'Een saai examen', oordeelt men in Den Haag. 'Lage opkomst te wijten aan gedetailleerde norm en moeilijkheidsgraad', is een Amsterdams geluid. Het is ook nooit goed.
Kritiek alom over de context van vraag 1. Wat is schuld? Kun je vermogen en schuld tegelijk hebben? A-leerlingen denken niet wiskundig maar talig. Veel kandidaten dachten daarom dat de 190 duizend schuldenaren inbegrepen waren bij de 427 duizend vermogenden. Dat het CV het had over 420 duizend, en dus (afgerond) 430 duizend naar het rijk der fouten verwees was voor diverse correctoren reden om er eens goed voor te gaan zitten.
Het enige wat ik zelf kon vinden was de zinsnede 'vermogen *of* schuld' (cursivering niet in CSE) in de stam van de opgave. Maar de titel van de grafiek gooit roet in het eten. Daar wordt alleen gesproken over vermogensklasse, en tot overmaat van ellende luidt de titel van de positieve verticale as: 'aantal huishoudens', en van de negatieve: 'aantal huishoudens met schuld'. Hoe zulks te duiden? Iedereen hoopte op veel clementie bij het bepalen van de N-term, temeer daar deze interpretatiefout ook in vraag 2 doorwerkt. Pas in vraag 3 kan een aandachtig lezertje op de wegen zijner dwaling terugkeren, de bijbehorende figuur 2 is helder, al hoort 'met schuld' expliciet tot een 'vermogensklasse'.
De onvermijdelijke bedrijfswiskundige (loopbaanoriëntatie?) mag opdraven in een balpennensom. Die is er alleen maar voor het opstellen van de formules. Het interpreteren wordt overgelaten aan de bedrijfsleider, die het echte denkwerk doet.
Men had weinig problemen met deze opgave. Alleen vraag 7 leidde tot correctieproblemen omdat menig A-kandidaat hele andere invalshoeken kiest. Zo is W(240) > W(200), dus die baas kiest blind voor 240; die afgeleide zal 'm worst zijn.
Dat $\frac{dW}{dq} > 0$ voor elke toepasselijke q is dan leuk maar niet relevant. Want zelfs als de winst bij pakweg 220 duizend stuks lager uitvalt dan bij 200 duizend, maar niettemin die bij 240 duizend hoger, dan kiest hij ook voor 240 duizend. Iemand vroeg zich af of het begrip 'monotoon stijgend' wel des A12 is. Het lijkt me een zeer interessante vraag voor de nieuwe lichting!
Dergelijke problematiek ook bij de slotvraag van de derde opgave, over het spel 'Franse Bank'. Een opgave die alleen voor correctieproblemen zorgde. Bij vraag 10 schieten de kandidaten alle kanten op, ook de verkeerde. Interpreteren van de norm is dan lastig: 'verschrikkelijk om na te kijken', zei men in Rozendaal. En bij vraag 11 wordt natuurlijk naar een berekening gevraagd. Uit diverse verslagen blijkt dat niet iedereen dat naar behoren deed. Het Amsterdamse verslag spreekt van 'maatschappelijke kletsverhalen'.
Het lot van de goudvissen is in formules te vangen. Althans hun lengte is een functie van de straal van hun bolvormige behuizing. Een letterlijk intikkertje, want de

GR krijgt er fiks van langs. Iemand merkt op dat bepaalde berekeningen op de rand van A12 zitten en meerdere docenten hadden kritiek op de normering van vraag 13. '$V > 15$ is citeren van gegevens' en 'Alleen de derde regel van de norm geeft al 3 punten'. Ik denk dat die docenten de norm dan als sprokkelmogelijkheid opvatten, terwijl het een stapelnorm is. Dus niet alle punten in het traject naar het eindresultaat hoeven expliciet te worden gescoord. Maar om een vastlopende kandidaat naar rato te kunnen waarderen is een puntsgewijze opbouwmogelijkheid wel zo sjiek. Om nog maar te zwijgen van het waarderen van alternatieve oplossingsmethoden. Een geëiste toelichting is zelden éénduidig door een kandidaat te leveren.
Rozen in de k(l)as was de context van de volgens enkelen mager bedeelde normale verdeling en volgens meerderen overmatig bedeelde afdeling der beschrijvende statistiek. 'Wel èrg veel procenten', zeggen de Amsterdammers. Ook het alsmaar moeten afronden op steeds verschillende aantallen decimalen leidt hier en daar tot enige irritatie.
De slotopgave ging over vierkeuzetoetsen. Hierin, net als bij het vmbo-GL/TL, een vraag over een verwachtingswaarde. Dat begrip zit niet in het wiskundewoordenboek van de leerling, merkte men in Rotterdam op. De context van de opgave is echter zeer vertrouwd, er zijn geen grote problemen.

Havo-B1 en havo-B12

Een zevental merendeels korte verslagen, allemaal behoorlijk positief van toon. De waardering voor B1 was 'gemakkelijk' en 'talig', die voor B12 'leuk' en 'te lang'. Een paar verslagleggers tamboerden op geijkte thema's als wel of geen correctietekens op het werk (dringend advies: wel doen), aftrek voor breiwerk, moet dat éénmalig of per keer worden bestraft, en de vraag naar de betekenis van bepaalde vraagvormen zoals *Bereken* en *Toon aan*. Rituele vragen welhaast.
Ten aanzien van het verschijnsel 'afronden' schreef de verslaglegger uit Rotterdam dat velen het een goede zaak vonden als zulks aan de kandidaat werd overgelaten. Voordeel is dat allerlei flauwe aftrekpunten verdwijnen en dat er moet worden nagedacht over de significantie van cijfers in een antwoord. In hoofdletters voegt ze er aan toe: 'Het wiskunde A12 examen kan daar nog een voorbeeld aan nemen!' Het Amsterdamse commentaar bevatte de opbeurende zin: 'We gaan de goede kant op maar het kan beter.' Daarentegen sprak men in Den Haag van: 'Vorig jaar beter, er moet meer wiskunde in en minder taal.' Dat laatste wordt trouwens vaker geopperd. Dyslecten zijn ook steeds meer bij wiskunde in het nadeel, vond men.
De eerste opgave van het B1- en B12-examen betrof het atletiekonderdeel kogelstoten. 'Leuke binnenkomer', zeiden ze in Rotterdam. Bij vraag 1 verslikten sommige kandidaten zich. Die zagen het woordje 'ook' over het hoofd en onderzochten of het maximum van Bernard bij $k = 0{,}2$ lag. Voorts had k in vraag 2 best exact berekend kunnen worden.
In opgave 2 van B1 viel op dat er tussen het getal 331 en het wortelteken geen maalteken stond. Dat was bij vraag 3 wèl het geval. Doordat sommige kandidaten niet $331 \cdot \sqrt{..}$ maar $\sqrt[331]{..}$ lazen, veronderstelde een docent in Zwolle dat het weglaten van dat maalteken de boosdoener was. Beetje vreemd, want als je $T = 20$ invult in de verkeerde formule krijg je een geluidssnelheid van 1,0002 m/s, terwijl in de tekst sprake is van 340 m/s. De Boeing van vraag 7 zou er dan langer over doen om naar Amerika te vliegen dan Columbus in zijn notendop. Jammer vond men de opmerking in het CV dat het veronachtzamen van de factor 0,90 leidde tot 0 punten. Er was immers zinvolle wiskunde verricht.
Het spelletje in opgave 3 veroorzaakte boosheid in Den Haag: '5 punten voor iets dat ze al in de 2e klas moeten kunnen', een zin die direct wordt onderuitgehaald door het vervolg: '...mits men goed kan lezen', waarna de dyslectische leerling weer wordt opgevoerd als potentieel slachtoffer. 'Dat kan de bedoeling niet zijn van wiskunde', beëindigt de notulist. Nou, als er één talig exact vak is, dan is dat wiskunde. Vraag 11 vond men ongelukkig geformuleerd. 'In totaal' zou de suggestie wekken dat geteld is vanaf de beginsituatie. Kandidaten kunnen dan rare antwoorden noteren.
Gezien het voorgaande is het geen wonder dat velen de opgave over een derdegraads functie het einde vonden. Nostalgie?
De zeehondjes (ook, enigszins gewijzigd, in B12) gaven weinig reden tot commentaar. De opgave over de strijd Bush-Gore daarentegen gaf weer enige discussie. Waarom nóg een kansopgave met $p = 0{,}5$? Had dat niet kunnen worden voorkomen? Een ludiek antwoord op de vraag waarom de winstkans bij een oneven aantal stemmen 50% per kandidaat is, namelijk dat je dan in feite die ene stemmer kunt laten beslissen omdat de stand daarvoor 50-50 is, vond bij een deel van de vergadering in Rotterdam genade voor 2 punten. In het algemeen hullen de examenleerlingen zich bij deze vraag in raadselachtige uitspraken. Lastig om na te kijken. ('Een crime', zei men in Rozendaal.)

Naast de hierboven al genoemde opgaven bevatte het B12-examen de nodige meetkunde en een functieopgave over logaritmen. Verrassend voor sommigen was de goniometrie in een opgave over een modelachtbaan. Gonio zit weer eens in de examenstof. Een enkeling zou dat graag ook voor B1 zien. De twee meetkundeopgaven handelden over een koffiefilterzakje –leuke vorm– en de onvermijdelijke vaas. Volgend jaar weer een verrassend tafeltje? Het koffiefilter gaf weinig problemen, of het moest de cryptische opmerking *Geef je antwoord in* cm^2 zijn. Sommigen interpreteerden dat als een afrondingseis in hele cm^2.
De meetkundevaas kende een gesloten beginvraag. Jammer, vonden veel docenten. Die vraag had best open kunnen zijn. Het antwoord is verderop niet nodig. Men verbaasde zich over het ontbreken van de bijbehorende figuur op een bijlage. Immers, veel kandidaten gebruiken zo'n figuur, zetten er extra letters in e.d. Voor menig corrector is het nakijken zonder figuur –want die heeft de kandidaat mee naar huis genomen– een ware puzzel.
De figuur bij de logaritmeopgave wekte ongenoegen.

‘We proberen al jaren onze leerlingen ertoe te bewegen de asymptoten er bij te tekenen. Nu staan ze niet op de examenopgave.’ Ik herinner me een opmerking van een aantal jaren terug: ‘Een asymptoot hoort niet bij de grafiek. Daarom zijn er altijd punten te verdienen als je ze tekent.’ De GR tekent evenmin asymptoten. Soms lijkt dat zo, maar dat ligt aan het gekozen window. Tenslotte: de verslaggever in Rozendaal maakt gewag van twee Limburgse collega’s die in hun regio niet terecht konden. Vorig jaar was er niemand komen opdagen in Den Bosch, vandaar.

Vwo-A1 en vwo-A12

‘Lang examen, wel op niveau’ en ‘Waarom EM-vragen in een CM-examen?’ waren twee opvallende oneliners. In Den Haag waren ze zelfs boos (alweer). Speelt de nabijheid van politici daarin een rol? Maar in Rozendaal was men milder gestemd. Daar werd alleen geopperd dat futiele zaken soms rigoureus werden bestraft en waar wiskundige zaken speelden soms karig werd beloond. Dat is het leven. Voorts poneerde iemand dat het CV heel vaak schijnnauwkeurigheden opvoerde.

De beide examens hadden wel enkele gemeenschappelijke contexten, maar de vragen daarbij verschilden fors. Daarom een aparte bespreking van beide examens.
Het A1-examen opende met een opgave over bevolkingsgroei. Deze opgave toont aan hoe dicht van oudsher verkavelde vakken tegen elkaar aan schurken. ‘Aardrijkskunde’, was mijn eerste gedachte. Voor de kandidaten herkenbare stof. Men vindt vraag 4 onduidelijk gesteld. Het woordje uitsluitend had best cursief gekund, want daar draaide het om. De correctie van vraag 3 was nogal eens lastig, omdat iedereen nog fris is en sommigen gaan zwammen.
Opgave 2, over examenresultaten (opvallend hoe vaak men bij het CITO opgaven over opgaven weet te verzinnen), leidt tot een stevige discussie over de nauwkeurigheid van een cumulatief frequentiepolygoon. Bij nauwkeurig nameten vond ik bij de score 65 een percentage van 79. Omdat men naar hogere scores vroeg is het antwoord 80% niet zo vreemd. Om dan 80% fout te moeten rekenen werd ten zeerste betreurd. Ik bespeurde in enkele commentaren een begin van burgerlijke ongehoorzaamheid. (Doen kandidaten dat aflezen nu ‘op het oog’ of met een geodriehoek?)
Het fenomeen boxplot gaf verwarring: vraag gewoon naar de waarden van Q_1, m en Q_3, vond men in Den Haag.
‘Kleine ondernemers’ heette de volgende opgave. Weinig problemen, maar wel werd opgemerkt dat het beoordelen van de antwoorden op vraag 13 werd bemoeilijkt door het ontbreken van een bijlage in dezen. In Amersfoort vond men dit (daardoor?) geen A1-vraag. In Amsterdam opperde men dat een tabel zou hebben geholpen.
Het onderwerp Vierkeuzevragen (zie ook havo-A12) heeft talloze mogelijkheden. Kritiek was er op de volgens sommigen afschrikwekkende formule in vraag 16. Die hebben het examen van vorig jaar wellicht niet gezien. Met name de IAAF-formule loog er niet om met al die enge haakjes. Het puntenfestival van vraag 18 werd eveneens licht bekritiseerd.
De eindopgave is onbedoeld enorm actueel. Aandelen leasen was ooit enorm populair. Inmiddels niet meer. In deze opgave niets daarover. In feite is dit een welhaast postume reclame-opgave. Hopelijk zijn de opstellers niet naïef geweest. Sterkte anders. Geen van de verslagen heeft iets negatiefs te melden over deze opgave. Gelukkig maar. De opgave, met enkele aanpassingen, kan de komende jaren prima dienst doen om aanstaande vwo-beleggers voor te lichten.

De eerste opgave van het A12-examen, Examenresultaten, bevatte dezelfde afleesproblematiek als opgave 2 van A1. Met name vraag 4 kreeg nogal wat kritiek te verduren. De afdeling Den Haag diende zelfs een motie in bij de CEVO. Hun laatste regel is: ‘Graag uw commentaar.’ Ze gaan nog net niet over tot de orde van de dag, maar verder spelen ze het spel perfect. Hun kritiek? Het CV werd onjuist bevonden omdat men daar een linkszijdige toets veronderstelt, terwijl de tekst (A&B-leerlingen doen het net zo goed als alle A-leerlingen) een tweezijdige toets zou veronderstellen.
Opgave twee, over Just In Time levering van autobanden, begon simpel maar eindigde volgens enkele commentatoren desastreus. Een tekenschema? Wie naar een maximum vraagt krijgt dat toch? Waarom verwijzen naar een grafiek, of die zelfs tekenen? Menig docent verwees naar vwo wiskunde-B, vraag 1, maar daar was de grafiek al gegeven. Naar mijn mening overdrijft men, er stond *tussen haakjes* bij: ‘bijvoorbeeld’. In feite lezen docenten het CV blijkbaar net zo als de kandidaten de opgaven, maar wij docenten krijgen geen punten voor ons (on)begrip van het CV. In Rozendaal hekelde men de kloof die er is tussen berekening en werkelijkheid. Immers, wie bestelt er 418 banden (banden gaan per dozijn) en dan ook nog 12,5 keer per jaar? En als 12,5 bestellingen kan, waarom dan geen 418,3 banden per bestelling? In feite heb je het toch over gemiddelden?
Bevolkingsgroei, opgave 3, werd heel formeel behandeld. De grafiek vond men naatje. ‘Het getal 1450 in het CV is fout!’, vond men in Rozendaal. Met een vergrootglas constateerde men daar dat het punt 9,2 mm boven de 1000 lag en dat het daarom 1475 had moeten zijn. Blijkbaar hadden ze daar niet gemerkt dat de bijlage een twee maal vergrote grafiek bevatte. In Zwolle had men geen loep en vond men deze vraag niet te doen. Den Haag oordeelde vraag 9 nutteloos en tijdrovend. Ik heb alles nagemeten. 1 mm komt op de verticale as overeen met 25 miljoen mensen. Er moeten acht waarden worden afgelezen. De meetfout per afgelezen waarde is ongeveer 0,5 mm. Dat is een marge van 100 miljoen mensen. Ik kreeg (totaal) 242 mm, dat is 6,05 miljard mensen. Niks aan de hand dus. Ik heb wel mijn twijfels over de waarde van dit soort vragen bij o.a. slechtzienden, kandidaten met grootschrift, ouderen (docenten!) e.d. Dit soort vragen is niet realistisch maar wordt uitsluitend gesteld omdat er een kerndoel mee kan worden afgevinkt. En de opmerking in het CV is ronduit raadselachtig; welke ‘hierboven

vermelde waarde' (enkelvoud) wordt bedoeld? Ik hoop niet dat docenten daaruit concludeerden dat leerlingen al die acht waarden expliciet moesten vermelden. Want allerlei afwijkingen kunnen tegen elkaar wegvallen (was dat niet de $\sqrt{n}$-wet?) Ik ben benieuwd wie hier 0 punten schreef omdat er 4 of meer foute aflezingen waren gedaan terwijl het antwoord goed was.
De 10,9 van vraag 11 stond op 9,75 cm van de oorsprong. Ergernis dus. 'Waarom geen schaalverdeling?', vroegen ze in Den Haag, Rozendaal en Amsterdam. In wezen was die schaal irrelevant, maar de positie van B_0 op de horizontale as had best gegeven mogen worden. Het examen raakte hierna in zwaar weer. Orkanen dus. Vraag 13 werd belaagd door Rozendaal en Zwolle, waar men stelde dat je de beginwaarden van de klassen moest nemen. Ze bliezen vergeefs, ook al valt er wel iets voor te zeggen dat je uit de grafiek alleen kunt aflezen wat onder- en bovengrens zijn van de tijdsperiode. De Rotterdammers meenden dat er wel heel veel moest worden afgelezen in dit examen. Vraag 14 vond men hier en daar kinderachtig en de meningen over vraag 16 waren verdeeld. Er waren weinig goede oplossingen, waardoor het vermoeden rees dat deze vraag hetzij onduidelijk gesteld, hetzij te hoog gegrepen was.
De slotopgave over vierkeuzevragen kreeg applaus. 'Een heel leuke vraag!', schreef iemand. Wel werd betwijfeld of de lengte van het examen en de voorlaatste vraag, een 7-punter, wel zo'n gelukkige combinatie vormden.

Vwo-B1 en vwo-B12

Gezien de hoeveelheid ontvangen commentaar waren de vergaderingen van dit echelon het meest compact. Men was in het algemeen niet gelukkig met het te pas en te onpas gebruiken van de begrippen algebraïsch en exact. Ze gaan langzamerhand lijken op het belletje van meneer Pavlov. Of is het de bedoeling dat we onze kandidaten alleen maar kunstjes hoeven te leren? In Groningen bedacht men zelfs de term 'algebraïsch integreren'. Nou ja.
In Den Haag vond men het B12-examen te lang en te versnipperd. Het verslag vermeldde zelfs dat 'wij docenten ook veel meer tijd nodig hadden dan vorig jaar om het netjes te maken'.
De twee examens telden vier gemeenschappelijke opgaven die op kleine onderdelen verschilden, meestal doordat in het B1-examen een niet al te moeilijke extra vraag was verwerkt. Worden NG'ers wiskundig iets minder hoog aangeslagen? B12 telde een drietal specifieke B2-opgaven en de B1-ers kregen extra kansrekening en een specifiek NG-vraagstuk voorgeschoteld. Diverse onderwerpen werden gemist: parameterkrommen, meetkunde (bij B1), kansrekening (bij B12). Het lijkt wel of sommige scholen geen schoolexamens afnemen, dan wel deze examens juist willen gebruiken voor die van komend jaar. Nou, dan zullen ze er zelf wat aan moeten sleutelen.

Beide examens openden met een eenvoudig vraagstuk. Vraag 1 van B1 vond men gênant, bij vraag 2 (vraag 1 van B12) was het GR-antwoord ook $\frac{27}{16}$. Vandaar dat de opstellers hun heil hadden gezocht in een dubbel dreigement: 'Bereken algebraïsch de exacte waarde...' (Net als ouders die hun studerende kind regelmatig toevoegen: 'En trek elke dag schoon ondergoed aan!') De veelvuldig gemaakte opmerking, ik parafraseer, dat het omgaan met de GR uit de hand loopt, duidt op ongerust wordende docenten.
De laatste vraag van deze opgave was een invuloefening. Het Haagse commentaar vermeldt over deze vraag dat veel goede kandidaten hier veel tijd aan besteedden met weinig resultaat. Waaruit blijkt dat 'goed' een relatief begrip is. De tweede opgave van het B12-examen, opgave 3 van B1, heette in Den Haag 'een tegenvallende context' te hebben en diverse docenten gaven blijk van hun ongenoegen over het als fout bestempelde antwoord 274, gegeven door kandidaten die bij het uitrekenen van een verwachtingswaarde onderweg al afrondden. Dom, dus menselijk. Hieruit blijkt weer hoe ongelofelijk lastig de verbinding is tussen theorie en praktijk. Je doet het nooit goed. Enkelen meenden wel hierover de CEVO te moeten kapittelen. Die trapten blijkbaar in dezelfde val als hun leerlingen (Groningen, Den Haag).
De derde opgave die de examens gemeen hadden betrof een door de B1'ers op 5(!) en door B12'ers op 3 manieren uit te rekenen grondprijs van een industrieterrein. Vooral de methode waarbij een meetkundige rij moet worden gesommeerd werd lastig genoemd, vooral omdat je die meetkundige rij helemaal zelf moest ontdekken. Amsterdam zei: 'Rampvraag.'
De vierde opgave die in beide examens voorkwam, goniometrie, werd op twee punten bekritiseerd. Eén vraag betrof een één-tweetje met de formulekaart en in een andere vraag werd een fout geconstateerd. De grafiek zou een omhullende rechthoek in tweeën delen, dat moest vierendelen zijn. Naar de letter, en daar is het CV toch zo streng in, klopte deze vraag dus niet. Menig docent verbaasde zich over de dichtgetimmerde tekst. Dat woordje 'exact' had toch kunnen worden weggelaten? (Rotterdam, Amsterdam, Amersfoort.)

Het B1-examen bevatte verder nog een opgave over munten (echte en valse) waarmee eindeloos moest worden gegoocheld en waar enige irritatie het gevolg van was. Bloemrijk Den Haag sprak hier van 'chaos alom'.
De kritiek richtte zich met name op het gedoe rond vraag 17. Moest je daar nu de gegeven kans 0,16 of de berekende kans 0,159 gebruiken? In een verslag staat het commentaar van een kandidaat: 'Ik snap er niks van maar ik had 'm geloof ik wel goed.'
'De slotopgave had wel eerder gekund', verwoordde een Hagenaar. 'Hij schoot er door tijdgebrek bij sommigen deels bij in.' En in Amsterdam zei men vertwijfeld: 'Wat toetst men hier?' Kortom, een te eenvoudige opgave (Groningen) op de verkeerde plaats. Over de specifieke B2-onderdelen was men kort. 'Leuke vragen, helaas weinig diepgang.' Eén van de figuren op de bijlage werd merendeels gebruikt voor een ander onderdeel van de bijbehorende opgave. Verkeerde

inschatting van de opstellers? (Het betrof hier de webgrafiek.) Een enkeling vond de inleidende tekst bij de laatste opgave, over ingeschreven ellipsen van een vierkant, volstrekt overbodig, en in Groningen vond men die laatste opgave wel héél makkelijk. Net als bij B1 zogezegd.

Besluit

Jaarlijks is de stapel/sprokkel-kwestie rond het CV aan de orde. Punt 3.2 van de algemene regels in het CV lijkt me daarbij afdoend. De discussie hierover moet maar eens afgelopen zijn.

Het GR-gebruik raakt ingeburgerd, maar de onduidelijkheden daarbij nemen eerder toe dan af. Debet hieraan is wellicht de verschuiving in ons eigen lesgeven, deels veroorzaakt door correctiemodellen van achter ons liggende examens. Doordat iedereen het GR-jargon inmiddels wel kent zijn we wellicht geneigd cryptische antwoorden als

fnint(Y_1,X,0,3) MATH >Frac = 27/16

sneller goed te rekenen dan vroeger.

Een eveneens jaarlijks punt is de gebrekkig genoemde lay-out van het CV. Ikzelf los dat op door de CV's van internet te kopiëren en naar eigen smaak in te delen.

De internetservice (met dank aan de webbeheerders!) wordt zeer gewaardeerd. Een deel van de discussie verplaatst zich naar internet. De reacties op *www.nvvw.nl* zijn legio, en inhoudelijk heel gedegen. Fora, voornamelijk nog de favoriete plek voor jongeren om hun emoties te uiten en hun meningen te toetsen, zullen wellicht binnenkort dit soort nabeschouwingen overbodig maken. Tot het zover is heeft een artikel als dit hopelijk enig nut. De reacties op Kennisnet van (emeritus-)hoogleraren betreffende de vwo-examens stemden me droef. Ze waren vrijblijvend en soms ongefundeerd. De rest van het jaar blijft het vaak angstwekkend stil van academische zijde. Bovendien hebben de universiteiten toch een grote vinger in de pap gehad bij het opstellen van het curriculum? Natuurlijk waren hun bijdragen alleen ironisch bedoeld.

Dank aan alle opstellers, CEVO-screeners, Cito-begeleiders, examenkandidaten en examinatoren. De manier waarop ieder jaar verslagen worden gemaakt waarin opbeurende, soms scherpe maar uiteindelijk opbouwend bedoelde kritiek is verwoord, heeft ook dit jaar weer een verslag als dit mogelijk gemaakt. Mijn dank aan alle vrijwilligers die de resultaten van een of meer besprekingen op papier zetten.

Over de auteur

Jan de Geus (e-mailadres: jandegeus@wxs.nl) is leraar wiskunde en informatica aan het Baudartius College te Zutphen.

FEITENVEL FILIPPIJNEN

WwF-project in vogelvlucht

[Ger Limpens / Wereldwiskunde Fonds]

Land	Filippijnen
Aanvrager	Dédé de Haan (gedurende 2 jaar werkzaam bij de University of San Carlos in Cebu City)
Projectjaar	2002-2003
Projectinstelling	University of San Carlos, Science and Mathematics Education Institute
Onderwijssysteem	Het Filippijnse 'high school curriculum for the sciences' is op Amerikaanse leest geschoeid. In het eerste jaar van het middelbaar onderwijs wordt een basis gelegd voor 'general science', het tweede jaar is gereserveerd voor biologie, het derde voor scheikunde en het vierde voor natuurkunde. Wiskunde wordt op alle niveaus onderwezen. Na vier jaar middelbaar onderwijs begint voor de leerling op 16-jarige leeftijd het tertiair onderwijs. De voorbereiding voor met name de exacte vakken op universitair vervolgniveau is relatief beperkt, vergeleken met andere landen.
Specifieke situatie	Bij de betreffende universiteit vindt het zogenoemde STEPS/ACD-project plaats. Dit project is gestart als gevolg van het feit dat er tot voor kort in het Filippijnse wiskunde- en scienceonderwijs weinig of geen aandacht aan conceptvorming, wiskundig redeneren en wiskunde/science binnen contexten werd besteed. In dat kader wil STEPS het onderwijsleerproces aan grote groepen science- en wiskunde-studenten en -docenten verbeteren. Daarvoor zijn buitenlandse wiskunde- en science-deskundigen aangetrokken.
Ondersteuning	€ 3626,00 voor boeken en leermiddelen als illustratiematerialen in het kader van het STEPS/ACD-project.



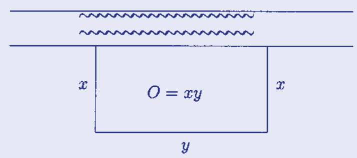
FOTO 1 Nederlandse schoolboeken...



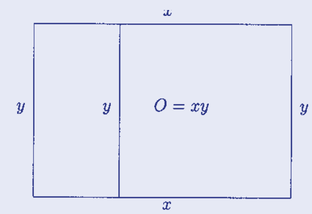
FOTO 2 Filippijnse studenten aan de slag

Maximaliseren zonder differentiëren

[Rob Bosch]



FIGUUR 1 $2x + y = 100$



FIGUUR 2 $2x + 3y = 120$

Het volgende optimaliseringsvraagstuk komen we in allerlei varianten in de schoolwiskunde tegen (zie figuur 1).
Een boer beschikt over 100 meter gaas waarmee hij een stuk land wil afzetten dat aan één kant aan een sloot grenst. Bereken de maximale oppervlakte van het stuk land dat kan worden afgezet en geef de lengte en de breedte van dat stuk land.
Deze niet al te moeilijke opgave zal door de meeste leerlingen waarschijnlijk als volgt worden opgelost.
Noem de breedte van het stuk land x. De bijbehorende lengte (y) is dan $100 - 2x$. De oppervlakte O van het stuk land is nu een functie van x, $O(x) = x(100 - 2x)$. Met behulp van de afgeleide bepalen we de maximale waarde van O. Uit $O'(x) = 100 - 4x = 0$ volgt dat $x = 25$ en dat de maximale oppervlakte gelijk is aan 1250. Voor de bijbehorende lengte vinden we 50.

Met behulp van de volgende, eenvoudig te bewijzen, stelling hadden we het antwoord nog sneller kunnen vinden.

Als de som van twee variabelen x en y constant is, d.w.z. $x + y = c$, dan is hun product maximaal voor $x = y = \frac{1}{2}c$.

Noemen we de lengte van het stuk land in de bovenstaande opgave x en de breedte y, dan geldt: $2x + y = 100$
De oppervlakte $O = xy$ is maximaal als $2O = (2x)y$ maximaal is. Met behulp van de bovenstaande stelling vinden we direct $2x = y = 50$ en dus $x = 25$, $y = 50$ en $O = 1250$.

Een bekende variatie op het bovenstaande vraagstuk luidt (zie figuur 2):
Een boer beschikt over 120 meter gaas waarmee hij een rechthoekig stuk land afzet dat hij bovendien in de breedte met een gaasafzetting in tweeën deelt. Wat is de maximale oppervlakte van het stuk land dat hij kan afzetten?
De maximale waarde kan uiteraard weer met differentiëren gevonden worden. De gepresenteerde stelling geeft ons echter direct het antwoord.
Noem de lengte x en de breedte y. Dan geldt:
$2x + 3y = 120$
De oppervlakte $O = xy$ is maximaal als $6O = (2x)(3y)$ maximaal is en dus als $2x = 3y = 60$, waaruit volgt dat $x = 30$ en $y = 20$. De maximale oppervlakte is dan 600.

De bovenstaande stelling kan eenvoudig gegeneraliseerd worden tot meerdere variabelen. Zo geldt bijvoorbeeld ook:

Als de som van drie variabelen x, y en z constant is, d.w.z. $x + y + z = c$, dan is hun product maximaal voor $x = y = z = \frac{1}{3}c$.

De volgende opgave kan nu zonder veel moeite worden opgelost.
We maken een blok van twee soorten karton. Het karton voor het grondvlak en de deksel kost 5 euro per dm^2 en het karton voor de zijkanten kost 1 euro per dm^2. We beschikken over een budget van 120 euro. Wat is de maximale inhoud van het blok dat we voor dat geld kunnen maken?
Noemen we de lengte en de breedte van het grondvlak resp. x en y en noemen we de hoogte h, dan geldt:
$10xy + 2xh + 2yh = 120$
Op het eerste gezicht lijkt het of we hier de bovenstaande stelling niet kunnen toepassen. Echter de inhoud $I = xyh$ is maximaal als $40I^2 = 40(xyh)^2 = 10xy \cdot 2xh \cdot 2yh$ maximaal is. We vinden dus met de stelling dat $10xy = 2xh = 2yh = 40$. Hieruit leiden we eerst af, dat $x = y$, waarna uit $10x^2 = 40$ volgt dat $x = y = 2$ en $h = 10$, zodat de maximale inhoud gelijk is aan 40 dm^3.

Literatuur

Ivan Niven: Maxima and Minima without Calculus. Mathematical Association of America (1981).

Over de auteur

Rob Bosch (e-mailadres: r.bosch2@mindef.nl) is als docent verbonden aan de Koninklijke Militaire Academie te Breda. Hij is tevens redacteur van Euclides.

Jaarvergadering/ Studiedag 2004

[Marianne Lambriex]

	Agenda
9:30–10:00u	Aankomst, koffie/thee
10:00–10:50u	Huishoudelijk gedeelte (agenda volgt in Euclides 80-2)
10:50–15:45u	Themagedeelte Studiedag: ***Voor Wie Welke Wiskunde?*** Zie verderop voor een korte beschrijving van de onderdelen van de studiedag.
10:50–11:00u	Inleiding op de studiedag
11:00–11:45u	**Plenaire lezing door Jan van de Craats**
11:45-11:50u	Lancering nieuwe website NVvW
11:55–12:10u	Markt/koffie/thee
12:10–13:10u	Werkgroepen ronde I
13:10–14:25u	- Lunch, markt, presentaties standhouders - Discussie met het bestuur over de actualiteit
14:25–15:25u	Werkgroepen ronde II
15:25–15:40u	Markt/koffie/thee
15:40–16:00u	**Plenaire ludieke afsluiting**
16:00–16:15u	Vervolg huishoudelijk gedeelte: - Rondvraag. Leden die een vraag in de rondvraag willen stellen, wordt verzocht deze tijdens de eerste pauze schriftelijk in te dienen bij de voorzitter. - Sluiting door de voorzitter.

6 november, een andere locatie

Dit is de tweede uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 2004 van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op **zaterdag 6 november 2004**, een dag georganiseerd door en voor wiskundedocenten.

Aanvang 10:00u, sluiting ca. 16:15u.

Deze studiedag vindt plaats op een *nieuwe locatie* in Nieuwegein, namelijk in het gebouw van het

Oosterlicht College
Dieselbaan 10
3439 MV Nieuwegein
telefoon: 030 6004800
website: *www.oosterlicht.nl*

Het Oosterlicht College is met het openbaar vervoer goed bereikbaar (sneltram) en er is voldoende parkeergelegenheid rond de school.

Kosten

De studiedag is gratis voor leden.
Leden: maak eens reclame voor de vereniging en breng een collega-niet-lid mee!

Niet-leden zijn welkom tegen betaling van een bijdrage in de kosten van € 45,00. (Deze kosten kan de school betalen uit de nascholingsgelden!) Hiermee zijn zij, als ze daarvoor belangstelling hebben, tevens gratis lid van de vereniging tot 1 augustus 2005, inclusief alle faciliteiten, waaronder de acht nummers van de lopende jaargang van Euclides, gratis toegang tot de examenbesprekingen in het voorjaar en mogelijkheid tot deelname aan de verenigingswerkgroepen. Ook studenten zijn welkom, zij betalen € 15,00. Wie een lunch bestelt, betaalt daarvoor € 7,00.

Aanmelding

Aanmelding dient te geschieden **vóór 16 oktober 2004.**

Leden die geen lunch bestellen, sturen een briefkaart aan:

F.J. Osseweijer
Lindelaan 79
3319 XJ Dordrecht
telefoon: 078 6160576

Alle anderen maken het voor hen geldende bedrag over op giro 4470718 ten name van Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren te Dordrecht. Betaalt u via een gezamenlijke of schoolrekening of via *www.mijnpostbank.nl* (girotel), vermeld dan ook de volledige deelnemersnaam, adres en woonplaats. Het voor u geldende bedrag kunt u aflezen uit de volgende tabel.

	zonder lunch	**met lunch**
lid	briefkaart	€ 7,00
niet-lid	€ 45,00	€ 52,00
student (niet-lid)	€ 15,00	€ 22,00

U wordt tevens verzocht op de briefkaart of bij uw betaling duidelijk aan te geven aan welke werkgroepen u wenst deel te nemen. Omdat niet alle combinaties gerealiseerd kunnen worden, verzoeken wij u voor de twee rondes tenminste *drie werkgroepen* te kiezen waarin de volgorde uw prioriteit 1, 2 en 3 aangeeft. U noteert de nummers van deze werkgroepen dan bijvoorbeeld als volgt: W11-W2-W9. De plaatsing in werkgroepen geschiedt in volgorde van binnenkomst van aanmelding. Deze wordt niet bevestigd; aan het begin van de dag ontvangt u een badge met uw plaatsingsgegevens.

Ter plaatse aanmelden is mogelijk, echter niet wenselijk omdat bij onvoldoende voorinschrijving van een werkgroep deze niet zal doorgaan. De werkgroepleiders stellen hun tijd en inzet gratis ter beschikking en het is dan teleurstellend om voor twee personen een lange trip te moeten maken. Voor de organisatie is het van belang dat u zich op tijd

aanmeldt. Wilt u toch op de dag zelf aanmelden, dan betaalt u € 20,00 extra en is het kunnen bijwonen van een werkgroep afhankelijk van de beschikbare ruimte.

Certificaat

De NVvW heeft de mogelijkheid om nascholingscertificaten uit te reiken. Wilt u een certificaat ontvangen, vermeld dan bij uw aanmelding ook uw voorletters en uw geboortedatum. U noteert dan bijvoorbeeld: W11-W2-W9/PT/11-01-1956.
U kunt uw certificaat na afloop van de studiedag (vanaf 15:45u) in ontvangst nemen, op vertoon van een geldig identiteitsbewijs. U hebt alleen recht op een certificaat als u de gehele studiedag heeft meegemaakt. Certificaten worden niet nagestuurd.

Informatie

Contactpersoon voor de jaarvergadering/studiedag is
Marianne Lambriex,
tel. 0497-517781 (na 18:00u),
e-mail: *m.lambriex@fontys.nl*.
Bij onbereikbaarheid én noodgeval
Swier Garst,
tel. 0187-642177,
e-mail: *s.garst@nvvw.nl*.

Thema: Voor Wie Welke Wiskunde?

Er gaat in het (wiskunde)onderwijs de komende tijd van alles op de schop. In al die veranderingen zitten natuurlijk wel verborgen kansen om toch voor elke leerling die wiskunde te bieden die voor hem/haar noodzakelijk is. Maar welke wiskunde is dat dan??
Er zijn weer veel workshopleiders bereid gevonden om geheel belangeloos en gratis hun tijd, hun ervaring en hun weten met de vereniging te delen zodat we u weer een zeer gevarieerd aanbod van workshops kunnen geven. Alvast een woord van dank aan hen.
Voor meer achtergrondinformatie over het thema zie pagina 373 van het juninummer van Euclides (jrg. 79).

Plenaire lezing

Basiswiskunde voor havo en vwo: wat moet erin en waarom?

Jan van de Craats

Welke wiskunde moet er op school behandeld worden als we willen dat leerlingen in het hbo en op de universiteit beslagen ten ijs komen? Welke wiskunde wordt daar in welke vervolgstudies gebruikt en hoe wordt die wiskunde daar gebruikt? Ik zal die vraag behandelen, onder meer vanuit mijn ervaring als docent aan de KMA (instroomniveau vwo) voor zowel technisch als niet-technisch georiënteerde opleidingsrichtingen. Ik zal daar een aantal didactische overwegingen aan vast knopen om te illustreren dat onderwijs dat zich, meer dan thans het geval is, op de vragen richt, nieuwe kansen en uitdagingen biedt.

Werkgroepen

W1 - Tempogedifferentieerde wiskunde in het lwoo

Ron Huibers (Lieven de Key, Haarlem), Vincent Jonker (FI)

Op de Lieven de Keyschool, een school voor lwoo, biedt men scholing op maat aan de bijzondere groep zorgleerlingen waarvoor het reguliere onderwijs geen of onvoldoende voorzieningen kent. Men werkt hier, mede gedwongen door de gevarieerde groepssamenstelling, met een individueel tempogedifferentieerd lesprogramma. In de workshop wordt gepresenteerd hoe men het wiskundeonderwijs zo dicht mogelijk wil laten aansluiten bij deze groep leerlingen. Voorts wordt een format gepresenteerd waaraan een zelfinstruerende instructie zou moeten voldoen waarmee een vmbo-leerling uit de voeten zou kunnen.

W2 - Vmbo herontwerp techniek (AXIS)

Henk van der Kooij (FI) en Mondriaan College, Groningen

Wiskunde gekoppeld aan (zich aanbiedende) praktijkopdrachten: de uitslag van een kegel; geen examenonderwerp voor vmbo maar binnen Techniek Breed toegepast in allerlei constructies. Wiskunde kan hier bijdragen aan de efficiëntie van het constructieproces. Een vergelijking van 'ambachtelijke' constructies en de wiskundig gefundeerde (betere en snellere) constructie.

W3 - Experimenten met de GR in het vmbo

Martin van Reeuwijk (FI)

In het kortlopend onderwijsonderzoek 'Grafische Rekenmachine in het VMBO' dat door het Freudenthal Instituut samen met een drietal vmbo-scholen wordt uitgevoerd, worden de mogelijkheden van een grafische rekenmachine (GR) voor leerlingen in het vmbo in kaart gebracht en onderzocht. In deze werkgroep worden ervaringen en voorbeelden gepresenteerd en kunnen deelnemers zelf ervaren hoe de GR juist voor vmbo-leerlingen een krachtig hulpmiddel kan zijn.

W4 - Voortgangstoetsing

Paul Ket (Helen Parkhurst, Almere)

Op de school waar Paul Ket werkt, is men overgestapt op voortgangstoetsing in plaats van toetsing per hoofdstuk. In de workshop wordt nadrukkelijk gekeken naar het hoe en waarom, maar ook naar de statistische methoden die gebruikt worden om de kwaliteit van de toetsen te beoordelen en het cijfer te bepalen.

W5 - Het nieuwe leren: UniC

Tom Goris (FI, UniC)

Onlangs is UniC, een nieuwe school in Utrecht, van start gegaan met 78 leerlingen. Het concept van UniC is te lezen op *www.unic-utrecht.nl*. Tom Goris schetst een bewegend beeld van deze school waarbij ingezoomd wordt op de positie van het vak wiskunde. Naast het geïntegreerde aanbod van alle vakken bestaat er een apart wiskundedagdeel met een eigenzinnig programma.

W6 - Het nieuwe leren: Slash21
Hannie Lensink (Slash21), Pieter van der Zwaart (SLO)
Het nieuwe leren wordt ook op een school in Lichtenvoorde uitgevoerd. Een van de wiskundedocenten zal heel informatief vertellen over problemen en uitdagingen rond het inpassen van wiskunde als vak.

W7 - WELP, WisWeb En Lessen Praktijk
Gerard Koolstra (FI)
WELP staat voor en is het vervolg op het WisWeb-project. WELP is een ICT-implementatieproject, gesubsidieerd door het ministerie van OCenW. U wordt op de hoogte gebracht van de laatste ontwikkelingen. De Java-applets en bijbehorend lesmateriaal kunnen bijvoorbeeld als vervanging voor de algebrahoofdstukken in klas 2 gebruikt kunnen worden. De materialen voor klas 3 zijn momenteel in ontwikkeling.

W8 - SONaTe
Henk van der Kooij (FI)
SONaTe is de naam van het project voor de bovenbouw van het vwo over samenhangend onderwijs in bi/na/sk/wi. Voor 4-vwo wordt op dit moment een serie wiskundelessen ontworpen over ‘evenredigheden en machten’ als brug vooral naar natuurkunde. Twee scholen gaan in september/oktober het materiaal uitproberen en kunnen vers van de pers berichten.

W9 - Symbolische algebra op een Sharp
Joost van ‘t Spijker
Deze Sharp is een recentelijk door het CEVO goedgekeurde machine. De workshop biedt een demonstratie hoe de afgeleide functie symbolisch kan worden gevonden en een discussie over de gehanteerde aanpak. De grondgedachte is dat wiskunde vaak inzicht eist alvorens het gereedschap op een zinvolle manier gebruikt kan worden. Hier worden procedures tegenover gesteld die we leerlingen in het pre-GR-tijdperk probeerden te laten leren. De benadering van de Sharp van het bepalen van symbolische resultaten wijkt behoorlijk af van de aanpakken van andere bekende GR’s. Een vergelijking met eigen GR is mogelijk.

W10 - Geocadabra en Cabri
Ton Lecluse
Een demonstratie van de nieuwe Geocadabra versie met daarin Cabri geïmplementeerd. Stel je voor, Cabri-mogelijkheden in ruimtelijke tekeningen.

W11 - PO algebra en e-books in 5-vwo
Jenneke Krüger (SLO), Paul Drijvers (FI), Swier Garst (docent), Peter Kop (docent)
Een praktische opdracht Algebra voor 5-vwo, wiskunde-B, waarbij leerlingen gebruik maken van e-books (TI-Interactive). Achtergrond van het project, ervaringen van ontwerper en docenten, problemen en successen. Mogelijkheden voor uw school.

W12 - Masterclass ‘Optimaal Spelen met Grafen’
Henri Ruizenaar (Universiteit Twente)
Leerlingen 5-vwo van scholen uit de regio Twente hebben via deze masterclass de mogelijkheid gehad te werken aan hun profielwerkstuk wiskunde op het gebied van grafentheorie. Deze masterclass is georganiseerd door Henri Ruizenaar in samenwerking met de leerstoel Discrete Wiskunde van de UT.

W13 - Hbo Bedrijfswiskunde
Joost Otten (Fontys Hogeschool, Tilburg)
De hbo-opleiding Bedrijfswiskunde is een nog vrij onbekende opleiding. Toch voorziet deze opleiding in de behoefte van het bedrijfsleven. Er wordt een toelichting gegeven over de duur van de opleiding, de inhoud, de instroomeisen, het type student, en de uitstroom. Een korte schets waar deze studenten uiteindelijk gaan werken en wat de inhoud van die baan is.

W14 - Discrete systemen in plantengroei
Egbert van Nes (Wageningen Universiteit)
Alternatieve evenwichten in een eenvoudig dynamisch systeem in continue tijd: waterplanten. Aan de hand van een systeem van twee gewone differentiaalvergelijkingen wordt het verschijnsel ‘histerese’ uitgelegd. Daarbij wordt naast een eerste uitleg gebruik gemaakt van een computerprogramma dat een en ander illustreert. Het hoe en waarom van troebelheid in meren (algenbloei) zoals in de jaren zeventig van de vorige eeuw wordt zo duidelijker.

W15 - Hooikoorts, statistiek en biologische oorlogsvoering
Lia Hemerik (Wageningen Universiteit)
Eenvoudige statistiek voor profielwerkstukken geïllustreerd aan een case over hooikoorts. Een experiment waarvan verslag wordt gedaan in een profielwerkstuk is natuurlijk niet af als er geen statistiek bij gebruikt is. De Tekentoets, de Wilcoxon tweesteek-proeventoets en Lineaire Regressie zijn statistische methoden die eenvoudig in het gebruik zijn. Uitleg en werkwijze komen in deze werkgroep aan bod.

W16 - Wiskunde digitaal
Metha Kamminga (Noordelijke Hogeschool, Leeuwarden)
Welke wiskunde komt er te pas in verschillende hbo-opleidingen? Wat verwacht het hbo dat studenten al kunnen en hoe wordt de verschillende instroom aangepakt? Voorbeelden van geavanceerd digitaal lesmateriaal en digitale toetsen zullen te zien zijn. Kijk ook op *www.tech.nhl.nl/~kamminga*.

W17 - Kennisbank wiskunde: vraagbaak voor (beginnende) docenten en zijinstromers

Bert Zwaneveld, Gé Nielissen (Ruud de Moor Centrum, Open Universiteit Nederland)

De kennisbank wiskunde kan gezien worden als een gereedschapskist voor de (beginnende) docent. In de kist treft de docent per onderwerp informatie aan voor het voorbereiden en uitvoeren van de les. Voorbeelden van vragen die aan de orde komen: Wat vinden leerlingen moeilijk aan dit onderwerp? Welke fouten worden hier veel gemaakt en hoe ga ik daar mee om? Zijn er extra voorbeelden beschikbaar? Welke rol kan de computer spelen bij dit onderwerp? Welke opgaven moet ik tijdens de les gebruiken en welke voor het huiswerk?
De kennisbank verkeert nog in een pril stadium. In de eerste fase worden enkele onderwerpen voor de onderbouw van het vmbo uitgewerkt. Later zullen ook de onderbouw van havo/vwo en wellicht ook de bovenbouw van het vmbo aan bod komen. De gebruikers bepalen hoe de kennisbank er uiteindelijk uit zal gaan zien. De praktijk zal uitwijzen aan welke informatie de gebruikers de meeste behoefte hebben en in die richting zal de kennisbank verder worden uitgewerkt.

W18 – Wiskundeonderwijs, Cross the border

Bärbel Barzel (Universität Duisburg-Essen), Paul Drijvers (FI)

(Voertaal: Engels) In het kader van het Victa-project ‘Wiskundeonderwijs, Cross the border’ zijn in het voorjaar van 2004 twee wiskundelessen op video opgenomen, een in Duitsland en een in Nederland. Deze videoopnames, ingebed in de leeromgeving MILE, stonden centraal tijdens een tweedaagse conferentie met 60 docenten uit beide landen, die in juni plaatsvond. Tijdens deze werkgroep krijgt u een aantal fragmenten van de video’s te zien, worden de resultaten van de conferentie gepresenteerd en kunnen we zelf de verschillen in onderwijscultuur tussen Duitsland en Nederland bediscussiëren.

W19 - Wiskunde in Zuid-Afrika

Bertus van Etten (OSO en FLOT)

Fontys Lerarenopleiding Tilburg (FLOT) heeft een samenwerkingsverband met de Universiteit van Bloemfontyn met betrekking tot het ontwikkelen van realistisch wiskundeonderwijs in Zuid-Afrika. Bertus van Etten begeleidt docenten zowel in hun lessen als bij het ontwikkelen van lesmateriaal. Hij vertelt uitvoerig en bevlogen over de contacten met de scholen, de studenten en de leerlingen. Ook neemt hij LIO’s vanuit de leraren-opleiding mee om hun stage aan een Zuid-Afrikaanse school te laten uitvoeren.

W20 - Het WwF op de Filippijnen

Dédé de Haan (FI), Ger Limpens (WwF)

In 2003 heeft Dédé de Haan een wiskunde/scienceproject op de Filippijnen afgesloten waaraan ook het Wereldwiskunde Fonds een steentje heeft bijgedragen. Tijdens de workshop stelt zij de deelnemer in de gelegenheid het wiskunde/science-onderwijs in de Filippijnen op een actieve manier mee te beleven. Een en ander gebeurt aan de hand van videobeelden dan wel Filippijns lesmateriaal.

W21 - Wiskunde door het vizier van een scholier

Sacha van Looveren (Kennemer Lyceum, Overveen)

Het Kennemer Lyceum won met de projecten ‘Wiskunde door het vizier van een scholier’ en ‘Wiskunde, inspanning of ontspanning’ de Wiskunde Scholen Prijs 2004. In deze workshop maakt u kennis met vervangend en aanvullend materiaal bij het boek dat binnen deze projecten gemaakt is voor leerlingen uit de onderbouw.

OPROEP

Advertentiebeheerder voor Euclides

Taken

- **onderhouden van contacten met adverteerders in Euclides;**
- **actief zoeken van nieuwe adverteerders;**
- **regelmatig overleg met eind- en hoofdredacteur over plaatsing van advertenties;**
- **zorg dragen voor een correcte afhandeling van overeenkomsten en betalingen, doorgeven van de juiste gegevens aan de verenigingsadministratie, die zorgt draagt voor de facturering.**

Er is voor de advertentiebeheerder een plan van aanpak beschikbaar.

Verdere informatie kan ingewonnen worden bij
Gert de Kleuver (e: g.de.kleuver@wanadoo.nl; t: 0318-542243) en/of
Marian Kollenveld (e: m.kollenveld@nvvw.nl; t: 070-3906378).

[Frits Göbel]

Puzzel 801 - Tetromino's

Ter gelegenheid van het begin van een nieuw seizoen beginnen we met een paar eenvoudige opgaven, in de hoop dat meer lezers hun schroom zullen overwinnen.

U krijgt een paar opgaven met tetromino's; dat zijn de vijf mogelijke vormen die je van vier vierkanten kunt maken. Net als de pentomino's worden ze door letters aangeduid; zie figuur 1.

De totale oppervlakte van de tetromino's is 20 eenheden, maar het is niet mogelijk om er een rechthoek van 4 bij 5 (of van 2 bij 10) mee te betegelen.
Wie het eenvoudige argument kent of het zelf heeft bedacht, zal geen moeite hebben met de eerste opgave.

Opgave 1

Voeg aan het setje van de tetromino's een geschikt gekozen tweede exemplaar van een van de stukjes toe, en vorm met deze zes tetromino's een rechthoek van 4 bij 6 en ook een rechthoek van 3 bij 8.

Een andere variatie is uit de praktijk ontstaan. Als ik iemand een inpakprobleem, bijvoorbeeld een pentominoprobleem, ter oplossing aanbied, gebeurt het regelmatig dat het slachtoffer, na een tijdje vergeefs te hebben gepuzzeld, om een zaagje vraagt (bij houten puzzelstukjes) of een schaar (bij kartonnetjes). Daar ga ik natuurlijk niet op in, maar ik wil deze mensen niet helemaal in de kou laten staan. De volgende opgave is opgedragen aan al degenen die ooit om een zaagje of schaar vroegen.

Er zijn diverse manieren om een van de tetromino's te splitsen in een 3-omino en een 1-omino. In al deze gevallen kan met de zes stukjes een rechthoek van 4 bij 5 worden gevormd. Twee voorbeelden ziet u in figuur 2.
In een bepaald geval is zelfs een rechthoek van 2 bij 10 mogelijk! Maar in de volgende opgave is het afsplitsen van een 1-omino niet toegestaan.

Opgave 2

Verdeel één van de tetromino's in tweeën, zonder er een 1-omino af te splitsen, en vorm met de zes stukjes een rechthoek.

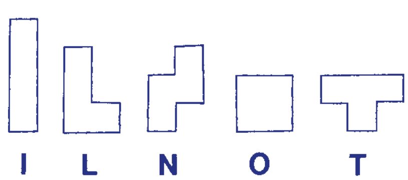
Tot slot een opgave van geheel andere aard.

Opgave 3

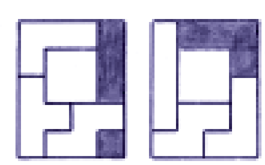
Leg de vijf tetromino's zó in een doosje van 5 bij 5 dat in het midden een gat in de vorm van een pentomino ontstaat. ('In het midden' wil zeggen dat het gat niet aan de rand raakt.)

Oplossingen

Oplossingen kunt u mailen naar *a.gobel@wxs.nl* of per gewone post sturen naar F. Göbel, Schubertlaan 28, 7522 JS Enschede.
Het openen van bijlagen geeft nogal eens problemen, dus ik verzoek u om uw oplossing in te sturen als onderdeel van een e-mailtje of per gewone post. Dit verzoek geldt uiteraard niet voor degenen van wie ik vorige bijlagen zonder probleem kon openen.
Er zijn weer maximaal 20 punten te verdienen met uw oplossing.
De deadline is 7 oktober 2004.
Veel plezier!



FIGUUR 1



FIGUUR 2

Prijzen

Ook dit jaar zal twee keer een ladderprijs worden uitgekeerd in de vorm van een boekenbon van € 30,00. Dat gebeurt op grond van de ladderstanden na de decemberpuzzel en na de junipuzzel. Verder is er een kerstprijs van € 30,00 voor de beste inzending van de decemberpuzzel, en aan het eind van het seizoen worden er twee prijsjes van € 20,00 en € 15,00 verloot onder de trouwe inzenders.

Oplossing 'Twee telproblemen'

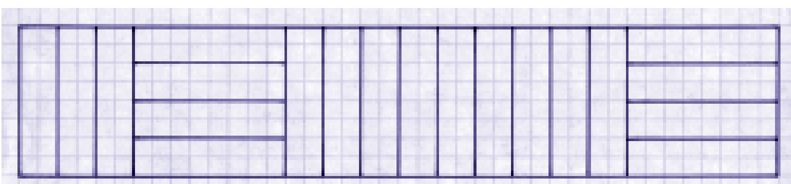
Zoals gemeld kunnen de opgaven uit de aflevering van het meinummer van de vorige jaargang (Euclides 79-7) op twee manieren worden opgelost. Ik geef van elk een voorbeeld.

Opgave 1; eerste methode

Laat a_n het aantal betegelingen zijn van een rechthoek van 5 bij n ($n \geq 1$), waarbij nog niet rekening is gehouden met de symmetrie. Dan is $a_n = 1$ voor $n \leq 4$, $a_5 = 2$ en $a_n = a_{n-1} + a_{n-5}$ voor $n \geq 6$.
Met behulp van deze recursie vinden we $a_{10} = 8$ en $a_{20} = 140$. Het aantal symmetrische betegelingen is dus 8, zodat het aantal asymmetrische 132 is.
Het gevraagde aantal is dus $\frac{132}{2} + 8 = 74$.

Opmerking 1
Bij de recursie hoort een karakteristieke vergelijking, in dit geval $x^5 - x^4 - 1 = 0$.
Het linkerlid is te ontbinden in
$(x^3 - x - 1)(x^2 - x + 1)$
De wortels van de karakteristieke vergelijking zijn dus exact te bepalen.

Opmerking 2
Met onze 20 reepjes kun je ook een vierkant van 10 bij 10 betegelen. Het is misschien verrassend dat het aantal mogelijkheden dan slechts 22 is.



FIGUUR 3

Opgave 2; tweede methode

Zie figuur 3.
Een betegeling is te zien als een opeenvolging van verticale reepjes en blokjes van 4 bij 4, bestaande uit 4 horizontale reepjes.
Laat k het aantal blokjes zijn ($0 \leq k \leq 5$). Dan zijn er 20 - 4k verticale reepjes. Het aantal mogelijkheden voor vaste k is

$$\binom{20-3k}{k}.$$

Het totaal vinden we door sommatie over k:
$1 + 17 + 91 + 165 + 70 + 1 = 345$
De 'kleine complicatie' bestaat hierin dat er nu twee soorten symmetrische betegelingen zijn: over de verticale symmetrieas kan wel of niet een blokje liggen. Dat kan op $1 + 5 + 1 = 7$ respectievelijk $1 + 7 + 6 = 14$ manieren. Er zijn dus $345 - 21 = 324$ asymmetrische betegelingen en het gevraagde aantal is $\frac{324}{2} + 21 = 183$.

Er waren zeven inzendingen, waarvan zes foutloos: van D. Buijs, W. Doyer, A. Verheul, L. van den Raadt, H. Neggers en L. de Rooij. De meeste inzenders gebruikten de tweede methode.

Ladderstand

De top van de ladder ziet er nu als volgt uit:
D. Buijs 214,
T. Afman 200,
L. de Rooij 177,
A. Verheul 173,
L. van den Raadt 135,
J. Meerhof 114,
T. Kool 108.

De complete ladderstand is te zien op de website van Euclides:
www.nvvw.nl/euclladder.html.

Kalender

In deze kalender kunnen alle voor wiskunde-docenten toegankelijke en interessante bijeenkomsten worden opgenomen. Relevante data graag zo vroeg mogelijk doorgeven aan de hoofdredacteur, het liefst via e-mail (*redactie-euclides@nvvw.nl)*.
Hieronder vindt u de verschijningsdata van Euclides in de komende jaargang. Achter de verschijningsdata is de deadline vermeld voor het inzenden van mededelingen (en van de *eind*versies van geaccepteerde bijdragen; zie daarvoor echter ook *www.nvvw.nl/euclricht.html*).

nr	verschijningsdatum	deadline
2	21 oktober 2004	7 september 2004
3	9 december 2004	26 oktober 2004
4	27 januari 2005	7 december 2004
5	3 maart 2005	18 januari 2005
6	14 april 2005	1 maart 2005
7	26 mei 2005	5 april 2005
8	23 juni 2005	10 mei 2005

Nog tot en met 26 september, Leiden
Tentoonstelling ‘Goochelen met getallen’
Organisatie Museum Boerhaave
Zie ook pagina 302 in Euclides 79-7.

vrijdag 24 september, Nijmegen
Wiskundetoernooi
Organisatie KUN, Nijmegen

vrijdag 15 oktober, Amsterdam
Themadag voor VWO-docenten
Organisatie UvA
Zie advertentie elders in dit blad.

do. 28 en vr. 29 oktober, Nijmegen
Nijmeegse Wiskunde Tweedaagse
Organisatie KUN, Nijmegen

zaterdag 6 november, Nieuwegein
NVvW Jaarvergadering/Studiedag
Organisatie NVvW
Zie pag. 034 e.v. in dit blad.

dinsdag 16 november, Nijmegen
1e dag Nascholingscursus ‘Wiskundig denken bevorderen’
Organisatie Ratio
Zie advertentie elders in dit blad.

zaterdag 20 november, Baarn
Ars et Mathesis-dag
Organisatie Stichting Ars et Mathesis

zaterdag 20 november, Brussel (B)
Studiedag Uitwiskeling Live
Organisatie Tijdschrift Uitwiskeling
Zie pag. 005 in dit blad.

do. 25 t/m zo. 28 november, Utrecht
15th Novembertagung on the History of Mathematics
Organisatie Universiteit Utrecht

vrijdag 26 november, op de scholen
Wiskunde A-lympiade/Wiskunde B-dag
Organisatie Freudenthal Instituut

dinsdag 21 december, Utrecht
Studiedag onderwijs aan (hoog)begaafden
Organisatie SLO

zaterdag 8 januari 2005, Utrecht
Wintersymposium Wiskunde en verkeer
Organisatie Koninklijk Wiskundig Genootschap

vr. 4 en za. 5 februari 2005, Noordwijkerhout
Nationale Wiskunde Dagen
Organisatie Freudenthal Instituut

Voor nascholing zie ook
www.nvvw.nl/nascholing.html

Voor overige internet-adressen zie
www.nvvw.nl/Agenda2.html

Voor Wiskundeonderwijs Webwijzer zie
www.wiskundeonderwijs.nl

Publicaties van de
Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

* *Zebra-boekjes*
1. Kattenaids en Statistiek
2. Perspectief, hoe moet je dat zien?
3. Schatten, hoe doe je dat?
4. De Gulden Snede
5. Poisson, de Pruisen en de Lotto
6. Pi
7. De laatste stelling van Fermat
8. Verkiezingen, een web van paradoxen
9. De Veelzijdigheid van Bollen
10. Fractals
11. Schuiven met auto’s, munten en bollen
12. Spelen met gehelen
13. Wiskunde in de Islam
14. Grafen in de praktijk
15. De juiste toon
16. Chaos en orde
17. Christiaan Huygens

* *Nomenclatuurrapport Tweede fase havo/vwo*
Dit rapport en oude nummers van Euclides (voor zover voorradig) kunnen besteld worden bij de ledenadministratie (zie Colofon).

* *Wisforta* - wiskunde, formules en tabellen
Formule- en tabellenboekje met formulekaarten havo en vwo, de tabellen van de binomiale en de normale verdeling, en toevalsgetallen.

* *Honderd jaar Wiskundeonderwijs*, lustrumboek van de NVvW.
Het boek is met een bestelformulier te bestellen op de website van de NVvW (http://www.nvvw.nl/lustrumboek2.html).

Voor overige NVvW-publicaties zie de website:
www.nvvw.nl/Publicaties2.html

Nascholingscursussen Ratio

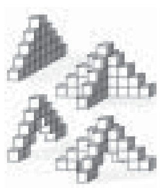
“WISKUNDIG DENKEN BEVORDEREN in de onderbouw havo-vwo”

Voor docenten wiskunde onderbouw havo-vwo, met name 2^e^ graads-docenten

Wis-kunde is in eerste instantie de kunst van het wis en zeker weten. Plezier in wiskunde heeft vaak juist hiermee te maken. Hoe kunt u de nieuwsgierigheid van de leerlingen levend houden? Hoe bevordert u dat ze niet alleen slimme oplossingen vinden, maar ook goede vragen stellen? Een wiskundige houding, hoe kunt u daar in uw lessen aandacht aan besteden?

Activiteiten

- Eigen ervaringen met leerlingenmateriaal
- Overzicht krijgen van geschikte onderwerpen en leerlingenmateriaal voor in en naast uw lessen. Dit materiaal komt vooral uit de methode Ratio, Kangoeroe-wedstrijd, Vierkant voor wiskunde, applets van het Wisweb
- Het ontwerpen van denkvragen bij paragrafen uit uw lesmethode
- Uitbouwen van uw collectie wiskundige recreatie
- Bestuderen van praktische opdrachten, waarin leerlingen wiskundig onderzoek kunnen doen. U krijgt zicht op begeleiding en beoordeling
- Ervaring van docenten die met individuele leerlingen en met klassen gewerkt hebben aan delen van de methode Ratio



Er zijn twee series van 2 studiedagen. De series kunnen apart en ook allebei gedaan worden.

Serie 1 - Getallen

Bijeenkomst 1: dinsdag 16 november 2004, 10.00-16.00 uur
Bijeenkomst 2: dinsdag 18 januari 2005, 10.00-16.00 uur

Serie 2 - Algebra

Bijeenkomst 1: dinsdag 1 maart 2005, 10.00-16.00 uur
Bijeenkomst 2: dinsdag 26 april 2005, 10.00-16.00 uur

Plaats

B-faculteit RUN, Toernooiveld 1, 6525 ED Nijmegen

Kosten

350 euro per serie van twee dagen

Wilt u aan deze nascholingscursus deelnemen, zend dan voor 1 november 2004 (serie 1) c.q. 15 februari 2005 (serie 2) het inschrijfformulier in dat u kunt vinden op *www.ratio.kun.nl*.
Voor vragen, opmerkingen of suggesties kunt contact opnemen met Ton Konings (024-3530046; *ton.konings@ils.han.nl*).

Aankondiging

Een themadag voor VWO-Wiskunde docenten over het:

Wiskundig modelleren en simuleren van dagelijkse praktijksituaties

De opleiding Econometrie en Operationele Research van de Universiteit van Amsterdam organiseert op vrijdag 15 oktober een themadag voor VWO-Wiskunde docenten met als doelstelling:

- *kennisverbreding voor de docent met eigentijdse wiskunde toepassingen uit de Operationele Research en de Econometrie*
- *het tonen van wiskundig modelleren*
- *kennismaking met simulatie*



Aan de deelnemers wordt een CD-ROM met instructiemateriaal en professionele simulatiesoftware verstrekt. Dit materiaal kan door docenten gebruikt worden om leerlingen kennis te laten maken met de mogelijkheden van wiskunde voor praktische, bedrijfskundige of economische vraagstukken en softwarematige hulpmiddelen.

Er zijn aan deze dag geen kosten verbonden. Voor meer informatie en een inschrijfformulier kunt u contact opnemen met dr. Erik van der Sluis via H.J.vanderSluis@uva.nl of bellen naar 020 - 525 4318.

Voor een inhoudelijke illustratie wordt verwezen naar het Euclides juni-nummer 8 (jaargang 79).
U kunt ook kijken op www.fee.uva.nl/ormsite.


Moderne wiskunde 8
Een goed begin van het nieuwe schooljaar
Aan de slag met Moderne wiskunde 8 in het nieuwe schooljaar? Wij ondersteunen u graag!
Moderne wiskunde
Wolters Noordhoff